



## CONTROLES DE UM SISTEMA EÓLICO NA CONFIGURAÇÃO DFIG COM FUNCIONALIDADES DE CONDICIONAMENTO DE ENERGIA

Gustavo Figueiredo Gontijo

Projeto de Graduação apresentado ao curso de Engenharia Elétrica da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Prof. Mauricio Aredes, Dr.-Ing.

Rio de Janeiro

JANEIRO de 2016

# CONTROLES DE UM SISTEMA EÓLICO NA CONFIGURAÇÃO DFIG COM FUNCIONALIDADES DE CONDICIONAMENTO DE ENERGIA

Gustavo Figueiredo Gontijo

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO ELETRICISTA.

Examinada por:

---

Prof. Mauricio Aredes, Dr.-Ing.

(Orientador)

---

Bruno Wanderley França, M.Sc.

---

André Ramos de Castro, Eng.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

JANEIRO de 2016

Figueiredo Gontijo, Gustavo

Controles de um sistema eólico na configuração DFIG com funcionalidades de condicionamento de energia/  
Gustavo Figueiredo Gontijo. – Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2016.

XI, 90 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Mauricio Aredes

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/  
Curso de Engenharia Elétrica, 2016.

Referências Bibliográficas: p. 89.

1. Introdução. 2. Sistemas Eólicos. 3. Fundamentos Teóricos. 4. Estudo de Caso. 5. Conclusões. Bibliografia. I. Aredes, Mauricio. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro. III. Controles de um Sistema Eólico na Configuração DFIG com Funcionalidades de Condicionamento de Energia.

## **Agradecimentos**

A Deus, primeiramente, que através da minha espiritualidade sempre me guiou pelo caminho certo e que, em momentos de dúvidas e aflição, esteve presente me levando à tomar decisões justas e sensatas, me fazendo crer que estamos em sintonia e que o cumprimento do meu destino segue em curso.

A minha mãe Maria Aparecida, ao meu pai Rogério, a minha irmã Bruna e minha madrinha Maria Silvia que me apoiaram e estiveram presentes em minhas decisões e sempre me demonstraram carinho e preocupação, além de exemplos que são, formando minha estrutura de valores morais e éticos que carrego e seguirei carregando comigo pelo resto da minha vida.

A minha namorada Karen por todo seu amor, carinho e paciência, estando fielmente ao meu lado como minha melhor amiga e companheira, entendendo que a minha batalha é também sua batalha e que colheremos o fruto dela, juntos, em nosso futuro.

Ao meu orientador e amigo professor Mauricio Aredes que me acolheu como um filho no laboratório (LEMT) e acreditou no meu potencial, compartilhando comigo do fascínio e paixão pela engenharia elétrica, cedendo, constantemente, seu tempo para me atualizar sobre as novidades da profissão e me aconselhar no meu trajeto, fomentando ainda mais o meu desejo de me tornar um engenheiro de sucesso.

Ao professor Richard Stephan que se mostrou solícito e interessado no meu trabalho, me orientando e ajudando com todo seu conhecimento e experiência. Um agradecimento especial ao professor Guilherme Rolim que esteve presente em todos os momentos me auxiliando, quer seja em assuntos técnicos de engenharia, quer seja em assuntos burocráticos acadêmicos. Agradeço, também, a professora Tatiana Mariano Lessa que me escutou, orientou e aconselhou em momentos de dúvidas, por ela tenho carinho e gratidão.

A meu amigo e supervisor de estágio, engenheiro e pesquisador Hugo Gouveia e todos os outros companheiros que fiz enquanto estagiário de pesquisa no CENPES (centro de pesquisa e desenvolvimento da Petrobras) como: Luiz Fernando Fontenele,

Rodrigo Dias, Cleber Onofre, Rodrigo Guido, Alcyr Silva, Ezequiel e todos os amigos da PDEDS /GEGQ. Esses foram responsáveis por me ensinarem um panorama geral da engenharia elétrica, fazendo com que eu entendesse a profissão e escolhesse meu caminho a seguir.

Aos meus grandes amigos que considero como irmãos: Rodrigo Reiter, Daniel Schwind, Fernando Albuquerque, Frederico Jahnert, Jeronimo Bittencourt, Jaime Arcanjo, Guilherme Moreira e Paulo Shor. Todos me apoiaram, e continuam apoiando, participando de momentos de alegria e tristeza da minha vida.

Agradeço também a todos os amigos que fiz durante minha jornada de graduação como: Vanildo Cunha, Mariana Kup, Mariana Rabelo, Renan Villefort, Livia Lisandro, Hannah Caldeira, Pedro Guarda e Sersan Guedes.

A meus companheiros de LEMT André Castro, Bruno França, Emanuel van Emmerik, Maynara Aredes, Jorge Caicedo e Leonardo Silva que me auxiliaram em meus trabalhos, todos muito atenciosos.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Eletricista.

## CONTROLES DE UM SISTEMA EÓLICO NA CONFIGURAÇÃO DFIG COM FUNCIONALIDADES DE CONDICIONAMENTO DE ENERGIA

Gustavo Figueiredo Gontijo

Janeiro de 2016

Orientador: Mauricio Aredes

Curso: Engenharia Elétrica

Neste trabalho estuda-se o método de controle de velocidade, de uma máquina de indução duplamente alimentada, através da orientação do fluxo magnético de estator. Tal método se mostra ser extremamente eficiente uma vez que simplifica o controle, desacoplando o controle das potências ativa e reativa, injetadas ou absorvidas, pelo estator da máquina.

Para a validação e exemplificação do método estuda-se uma aplicação, do mesmo, em um sistema de energia eólica, cuja teoria é abordada como parte do trabalho, isto é, no trabalho está descrito o panorama atual dos sistemas eólicos, o funcionamento básico de suas peças e dispositivos, além das configurações mais utilizadas na indústria.

O sistema eólico possui ainda a capacidade de filtragem ativa, fazendo com que o conversor do lado da rede, opere como um filtro ativo em paralelo, compensando correntes distorcidas de eventuais cargas não lineares no sistema.

Fazem-se então três simulações. A primeira tem o intuito de demonstrar o funcionamento do controle do MPPT, otimizando a geração de potência ativa pelo sistema eólico. O segundo caso ilustra o desacoplamento do controle das potências, de maneira que, através do controle do reativo fornecido ou absorvido, pela máquina, torna-se possível a regulação de tensão no ponto de acoplamento do sistema. Por fim, no

terceiro caso, se aplica o método de controle de filtragem ativa, visando-se absorver correntes senoidais da rede elétrica.

Palavras-chave: Controle de velocidade através da orientação do fluxo de estator, sistemas eólicos, máquina de indução duplamente alimentada, filtragem ativa.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

CONTROLS OF A DOUBLY-FED INDUCTION GENERATOR (DFIG) IN A  
WIND POWER SYSTEM WITH POWER CONDITIONING  
FUNCTIONALITIES

Gustavo Figueiredo Gontijo

January 2016

Advisor: Mauricio Aredes

Course: Electrical Engineering

This work approaches the method of speed control of a doubly-fed induction machine, through stator flux orientation. Such method is shown to be extremely efficient since it simplifies the complex control, decoupling the control of active and reactive powers injected or drawn through the stator of the machine.

To validate and exemplify the method, a wind power system application is studied. Its theory is also part of the work, meaning that the current situation of wind power systems (worldwide), the basics parts and devices involved in such systems and also its main configurations, are described in it.

The wind power system possesses an extra capacity of active filtering, as the grid-side converter actuates as a shunt active filter, compensating nonsinusoidal currents of possible non-linear loads in the system.

Three different simulations are carried out. The first one confirms the usefulness of the MPPT control scheme utilized, enhancing the energy conversion from wind kinetic energy to mechanical energy, the second case illustrates the decoupled power control, of active and reactive power, in such a way that, through the regulation of the reactive



portion, it's possible to regulate the rms voltage at the PCC. Finally, in the third case, the method of active filtering for achieving sinusoidal currents drawn from the grid, is applied.

Keywords: Stator flux oriented control, wind power systems, doubly-fed induction generator (DFIG), shunt active filters.

## Sumário

<b>1. Introdução</b> .....	1
<b>1.1. Introdução do Trabalho</b> .....	1
<b>1.2. Identificação do Problema</b> .....	1
<b>1.3. Objetivos</b> .....	2
<b>1.4. Conteúdo do Trabalho</b> .....	2
<b>2. Sistemas Eólicos</b> .....	4
<b>2.1. Introdução</b> .....	4
<b>2.2. Aplicações em sistemas isolados e sistemas conectados à rede</b> .....	4
<b>2.3. Custo dos sistemas eólicos</b> .....	5
<b>2.4. Turbinas com velocidades fixa e variável</b> .....	5
<b>2.5. Controles aerodinâmicos por <i>stall</i> e <i>pitch</i></b> .....	6
<b>2.6. Configurações de sistemas eólicos</b> .....	7
<b>2.6.1. Sistema eólico com velocidade fixa e sem conversores</b> .....	7
<b>2.6.2. Sistema eólico de velocidade variável com conversores com capacidade reduzida</b> 8	
<b>2.6.3. Sistema eólico de velocidade variável com conversores com capacidade completa</b> 11	
<b>2.7. Componentes de uma turbina eólica</b> .....	11
<b>2.7.1. Pás da turbina</b> .....	12
<b>2.7.2. Sistema de <i>yaw</i></b> .....	14
<b>2.7.3. Anemômetros (sensores de vento)</b> .....	15
<b>2.8. Aerodinâmica de turbinas eólicas</b> .....	15
<b>2.8.1. Característica de potência de uma turbina eólica</b> .....	15
<b>2.8.2. <i>Tip speed ratio</i></b> .....	16
<b>2.9. Controle do MPPT (<i>Maximum power point tracking</i>)</b> .....	18
<b>2.9.1. MPPT através do <i>tip speed ratio</i> ótimo</b> .....	18
<b>3. Fundamentos Teóricos</b> .....	20
<b>3.1. Modelo Matemático Geral de uma Máquina Elétrica de Corrente Alternada</b> ....	20
<b>3.2. Operação de uma máquina de indução alimentada com tensões simétricas trifásicas</b> .....	42
<b>3.3. Controle através da orientação do fluxo de estator de uma máquina de indução duplamente alimentada</b> .....	47
<b>3.5. Transformações de coordenadas</b> .....	58
<b>3.6. Controle de chaveamento por PWM (<i>Pulse Width Modulation</i>)</b> .....	60

3.7.	Teoria PQ.....	62
3.8.	Detector de sequência positiva .....	63
3.9.	Filtragem ativa com o intuito da obtenção de correntes de rede senoidais.....	65
4.	Estudo de Caso .....	68
4.1.	Apresentação .....	68
4.2.	Simulação para se analisar o controle do MPPT.....	70
4.3.	Simulação para se analisar a regulação de tensão, através do controle de reativo 78	
4.4.	Simulação para se analisar a filtragem ativa efetuada pelo conversor do lado da rede. 82	
5.	Conclusões.....	88
	Bibliografia .....	89

# **1. Introdução**

## **1.1. Introdução do Trabalho**

Energia é a base do desenvolvimento de uma sociedade, os índices de consumo de energia de uma determinada população refletem o nível de desenvolvimento técnico de sua sociedade.

As diversas formas de energia em seus estados primários como: combustíveis fósseis, água, sol e vento precisam ser convertidas em outras formas que são amplamente utilizadas na indústria e sociedade como: mecânica e térmica. Existem, então, problemas relacionados às distâncias entre as localizações em que as fontes de energia, em seu estado primário, são encontradas e onde elas são requisitadas. Este problema pode ser solucionado através de um estado energético intermediário elétrico. Ou seja, as fontes primárias de energia são convertidas em eletricidade de maneira eficiente em usinas, transportadas até longas distâncias, com poucas perdas e custo aceitável, e convertidas na forma final na localidade requisitada.

Parte das máquinas elétricas utilizadas, quer seja em aplicações industriais na conversão final de energia, ao chegar no destino, quer seja para conversão de energia em usinas geradoras, necessitam de controles que regulem seus torques e velocidades para variadas necessidades das cargas, através de dispositivos eletromecânicos de acionamentos. Neste trabalho, se estuda um determinado tipo de controle, de uma máquina de indução, para uma aplicação de um sistema eólico. Neste controle, a velocidade do gerador é ajustada de maneira a se otimizar a conversão de energia.

## **1.2. Identificação do Problema**

A maioria das configurações eólicas existentes, atualmente, utilizam conversores na configuração *back-to-back* para conectar o sistema à rede elétrica. Esse conversor

desacopla o gerador elétrico da frequência constante da rede. Dessa forma, a velocidade da máquina pode ser controlada de maneira a se otimizar a extração de potência dos ventos, melhorando a eficiência do sistema. Esse controle, no entanto, pode ser bastante complexo e necessitar de algumas técnicas específicas para se obter uma boa dinâmica, dependendo do tipo de máquina utilizada.

No caso de um gerador de indução, duplamente alimentado, deseja-se operá-lo de forma otimizada, através do controle desacoplado das potências ativa e reativa, injetadas pelo estator.

### **1.3. Objetivos**

O presente trabalho tem como objetivo explicar, detalhadamente, o funcionamento do controle de velocidade de uma máquina de indução, duplamente alimentada, através da técnica de orientação do fluxo magnético de estator. A explicação é feita desde a introdução das equações básicas para uma máquina de corrente alternada, até o diagrama de blocos completo para a aplicação do controle.

Após estabelecido o conhecimento da técnica, simulações são utilizadas para mostrar a sua funcionalidade. As principais simulações demonstram aplicações, do controle estudado, em um sistema eólico.

Além disso, deseja-se aproveitar a conexão do rotor da máquina, em paralelo com a rede, através de um conversor, e sua capacidade de controle para se efetuar filtragem ativa, de modo que o consumidor, proprietário da geração, faça seu papel em não “poluir” a rede com distorções harmônicas.

### **1.4. Conteúdo do Trabalho**

O presente trabalho segue a seguinte estrutura:

Capítulo 1: “*Introdução*”, onde estão apresentadas a identificação do problema e o objetivo para a realização deste trabalho.

Capítulo 2: “*Sistemas Eólicos*”, onde está apresentada a teoria básica referente a sistemas eólicos, seu panorama no cenário energético atual, sua maneira de conversão de energia e suas diversas configurações utilizadas em aplicações disponíveis na indústria.

Capítulo 3: “*Fundamentos Teóricos*”, onde se encontra descrita a teoria para uma máquina geral de corrente alternada, a aplicação dessa teoria para o caso de uma máquina de indução, duplamente alimentada, e a teoria do controle de velocidade através da orientação do fluxo de estator. Neste capítulo, encontra-se ainda a teoria sobre transformações de coordenadas, controle de chaveamento por PWM, teoria PQ, detectores de sequência positiva e filtragem ativa.

Capítulo 4: “*Estudo de Caso*”, onde se encontra o estudo do trabalho feito através de três simulações. A primeira simulação expõe o controle de MPPT, a segunda, a aplicação do controle de reativo, visando-se a regulação da tensão CA, e a terceira simulação demonstra o controle do conversor eletrônico do lado da rede, com capacidade de filtragem ativa.

Capítulo 5: “*Conclusões*”, onde se apresenta as conclusões sobre o estudo realizado.

Bibliografia: onde se apresenta a bibliografia utilizada para o presente trabalho.

## **2. Sistemas Eólicos**

### **2.1. Introdução**

Nos últimos tempos, o uso das fontes de energia renováveis vem crescendo rapidamente devido ao aumento do custo, reservas limitadas e impacto ambiental dos recursos fósseis. Ao mesmo tempo, avanços tecnológicos, redução de custos e incentivos governamentais fizeram de algumas fontes de energia renováveis mais competitivas no mercado. Entre elas a energia dos ventos é uma das fontes com o crescimento mais rápido [1].

A partir dos anos 80 a tecnologia dos sistemas eólicos se tornou moderna o suficiente para se produzir eletricidade de maneira eficiente e confiável. Nas últimas décadas, uma variedade de tecnologia de sistemas eólicos foi desenvolvida, de maneira a se melhorar a eficiência de conversão e se reduzir os custos de produção de energia. Os níveis de potência gerados através das turbinas, como também, o tamanho das mesmas vem crescendo nos últimos anos. Além das instalações em terra, grandes turbinas foram instaladas em alto mar (*offshore*) de maneira a se aumentar a produção de energia e se reduzir os impactos ambientais e impactos visuais [1].

### **2.2. Aplicações em sistemas isolados e sistemas conectados à rede**

As turbinas eólicas podem ser utilizadas em unidades geradoras isoladas de baixa potência para energizar pequenas cidades, aldeias isoladas ou ilhas em que o acesso à rede é restrito ou economicamente inviável. Como a potência gerada pelo vento não é constante, outras fontes de energia são, geralmente, utilizadas em sistemas isolados. Comumente, sistemas eólicos isolados operam em conjunto com geradores à diesel ou sistemas solares fotovoltaicos para se tornarem mais confiáveis [1].

No entanto, a maioria das turbinas eólicas é conectada à rede elétrica e opera em baixa tensão (tipicamente 690 V). Dessa forma, transformadores são utilizados para aumentar-se essa tensão para valores como 35 kV, nas subestações eólicas. Essa tensão é ainda aumentada pelos transformadores da subestação que conecta a usina à rede.

### **2.3. Custo dos sistemas eólicos**

Grande parte do custo total de um sistema eólico é relacionada à turbina, incluindo-se as pás do rotor, a caixa de engrenagens (*gearbox*), gerador, conversores, *nacelle* (caixa armazenadora de todo o sistema), e torre [1].

Uma abordagem de projeto que vem se mostrando eficaz, nos últimos anos, para a redução do custo é o aumento do tamanho das turbinas. Como a área varrida, coberta pelas pás do rotor, cresce proporcionalmente ao quadrado do comprimento das pás, pode-se notar que o aumento do comprimento das pás é bastante favorável para o aumento da captação de energia dos ventos [1].

### **2.4. Turbinas com velocidades fixa e variável**

Turbinas com velocidade fixa giram em velocidades constantes determinadas pela conversão da caixa de engrenagens, pela frequência da rede elétrica e pelo número de polos do gerador. A máxima eficiência de conversão somente pode ser alcançada em uma dada velocidade do vento, a eficiência cai em outras velocidades. A turbina é protegida por um controle aerodinâmico quando sujeita a fortes rajadas de vento. As turbinas de velocidade fixa geram potências altamente flutuantes que podem causar distúrbios na rede elétrica. Esse tipo de turbina requer, também, um design mecânico específico para suportar o alto desgaste mecânico dos componentes [1].

Por outro lado, turbinas com velocidade variável podem atingir máxima eficiência de conversão de energia para uma grande faixa de velocidades do vento. A turbina pode continuamente ajustar sua velocidade, de acordo com a velocidade do vento, para atingir uma eficiência máxima de conversão de energia. Para que a velocidade da turbina possa ser ajustada, faz-se necessário a conexão da mesma, com a rede, através de conversores. Os conversores possibilitam o controle da velocidade do gerador, que está mecanicamente acoplado com a turbina. As principais vantagens dos sistemas de velocidade variável são: maior energia gerada, melhora na qualidade de energia e redução do desgaste mecânico das peças. As desvantagens são: o maior custo de fabricação dos equipamentos, e as perdas devido ao chaveamento em altas frequências dos conversores. As turbinas com



velocidade variável dominam o mercado atual, já que suas vantagens superam as desvantagens [1].

## 2.5. Controles aerodinâmicos por *stall* e *pitch*

As pás das turbinas são aerodinamicamente projetadas para capturar a máxima potência do vento em operação normal para velocidades do vento em uma faixa de valores entre 3 *m/s* e 15 *m/s*. Para não se causar danos à turbina, em altas velocidades de vento como valores entre 15 *m/s* e 25 *m/s*, controle aerodinâmico da turbina se faz necessário. Os métodos mais comumente utilizados são *stall* e *pitch* [1].

O controle mais simples é o *stall* passivo, no qual as pás da turbina são projetadas de maneira que quando a velocidade do vento supera o limite máximo estipulado, turbulência é gerada na superfície da pá que não está virada para o vento. Esse processo resulta em forças que atuam nas pás de maneira a reduzir-se a energia capturada, o que previne danos à turbina. Esse tipo de controle é bastante robusto e economicamente interessante, já que não se possui atuadores mecânicos, sensores ou controladores. A maior desvantagem desse método é a redução na eficiência de conversão de energia em baixas velocidades de vento. *Stall* passivo geralmente é utilizado em turbinas pequenas e médias [1].

Controle de *pitch* é normalmente utilizado em turbinas de grande porte. Durante as condições normais de operação, com a faixa de vento entre 3 *m/s* até 15 *m/s*, o ângulo de *pitch* é ajustado no seu valor ótimo para captar a máxima energia dos ventos. Quando a velocidade do vento supera seu valor nominal, altera-se o ângulo de *pitch*, de acordo com velocidade do vento, afastando-se a face das pás da direção do vento, reduzindo a absorção de energia. As pás sofrem rotações em seus eixos longitudinais, mudando o ângulo de *pitch* através de equipamentos hidráulicos ou eletromecânicos acoplados à um sistema de engrenagens na base de cada pá. Como resultado, a potência capturada pela turbina é mantida próxima ao seu valor nominal [1].

Em situações em que a velocidade do vento é superior ao limite de 25 *m/s*, as pás assumem o máximo ângulo de *pitch*, deixando todo o vento passar (verter) sem haver conversão de energia. Esse método é efetivo na proteção da turbina e da estrutura de

suporte em situações de fortes rajadas de vento. Nessa situação o rotor é, também, completamente bloqueado por um sistema de freios mecânicos e a turbina se encontra em modo estacionado. As maiores desvantagens do sistema de controle por *pitch* são: a complexidade e custo extras devido ao mecanismo e a flutuação de potência gerada em casos de fortes rajadas de vento, devido à lenta dinâmica do sistema [1].

Um outro método de controle aerodinâmico é o *stall* ativo, que é essencialmente um mecanismo de *pitch*, com a diferença de que nesse caso o ângulo de ataque da pá é virada para o vento, causando turbulência na parte de trás da pá, ao invés de ser virado no sentido contrário do vento. Esse mecanismo é um aperfeiçoamento do *stall* passivo e pode melhorar a eficiência de conversão de energia em baixas velocidades de vento, como também limitar a máxima absorção de potência em situações de fortes rajadas de vento. *Stall* ativo é geralmente utilizado em sistemas eólicos de médio e grande porte [1].

## **2.6. Configurações de sistemas eólicos**

O gerador e o conversor são os dois principais componentes elétricos em um sistema eólico. Diferentes combinações desses elementos levam à diversas configurações de sistemas que podem ser classificadas como: (1) Sistema eólico com velocidade fixa e sem conversores, (2) Sistema eólico com conversores com capacidade reduzida e (3) Sistemas eólicos com conversores com capacidade completa.

### **2.6.1. Sistema eólico com velocidade fixa e sem conversores**

Na figura 2.6.1.1, pode-se observar uma representação típica desse sistema.

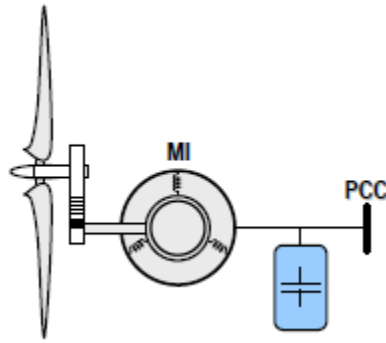


Figura 2.6.1.1 – Sistema eólico sem conversores [12].

Um gerador de indução sem acesso ao rotor (gaiola de esquilo) é exclusivamente utilizado nesse tipo de sistema e sua velocidade rotacional é determinada pela frequência da rede e pelo número de polos dos enrolamentos de estator. Para diversas velocidades de vento o gerador varia sua velocidade em 1% da velocidade nominal [1].

Uma caixa de engrenagens é necessária para se ajustar a diferença de velocidade entre a turbina e o gerador, de forma que o gerador possa entregar sua potência nominal na velocidade nominal do vento. Essa configuração requer um *soft starter* para limitar as altas correntes de partida da máquina, mas o *soft starter* é desativado através de uma chave de *by pass* depois que o sistema é partido. Um banco de capacitores trifásicos é utilizado como compensador para a potência reativa absorvida pela máquina [1].

Esse sistema eólico apresenta simplicidade, baixo custo de produção e manutenção, e operação confiável. As principais desvantagens são: (1) o sistema somente entrega a potência nominal para a rede em uma determinada velocidade de vento, levando à baixas eficiências de conversão de energia em outras velocidades de vento; (2) a potência entregue para a rede flutua com a velocidade do vento, causando distúrbios [1].

### **2.6.2. Sistema eólico de velocidade variável com conversores com capacidade reduzida**

Sistemas com velocidade variável aumentam a eficiência de conversão de energia, além de reduzir o desgaste mecânico das peças aumentando-se sua vida útil e reduzindo-se a necessidade de manutenção. A maior desvantagem desses sistemas é a necessidade de um conversor, que aumenta a complexidade e o custo do sistema. No entanto, o

conversor desacopla o gerador da rede permitindo assim o controle das potências ativa e reativa entregues à rede [1]. Duas configurações dos sistemas com velocidade variável e com conversores com capacidade reduzida serão citadas a seguir.

### **Gerador de indução com acesso ao rotor com resistência de rotor variável**

A variação na resistência de rotor afeta a relação *torque/velocidade* do gerador, possibilitando-se uma operação com velocidade variável da turbina. O ajuste da resistência de rotor é normalmente feito através de um conversor. Em operações com velocidade variável o sistema pode absorver maior potência dos ventos, no entanto tem perdas ôhmicas na resistência de rotor. Essa configuração também requer um *soft starter* e compensador de potência reativa [1].

### **Gerador de indução, com acesso ao rotor, duplamente alimentado**

Na figura 2.6.2.1, pode-se observar o esquema típico do sistema com gerador de indução duplamente alimentado.

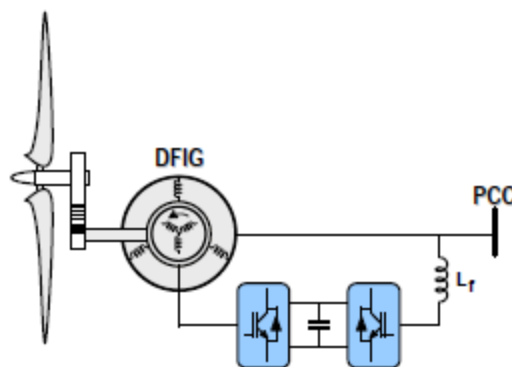


Figura 2.6.2.1 – Sistema eólico de velocidade variável com dupla alimentação [12].

Nesse tipo de sistema, o fator de potência pode ser ajustado através do conversor. O conversor só precisa processar a potência de escorregamento nos circuitos do rotor, que é aproximadamente 30% da potência nominal do gerador, resultando em baixo custo de conversor em comparação com sistemas eólicos que utilizam conversores com capacidade completa [1].

O uso dos conversores permite fluxo bidirecional no circuito do rotor e aumenta a faixa de velocidade do gerador. Esse sistema apresenta alta eficiência de conversão de energia, faixa aumentada de variação de velocidade e dinâmica melhorada quando comparada com os sistemas de velocidade fixa e com o sistema com resistência de rotor variável [1].

Dependendo da velocidade do vento, em um dado instante, o sistema com gerador de indução duplamente alimentado pode absorver ou exportar potência através do rotor, ou seja, em altas velocidades de vento, energia será transferida para a rede através de, ambos, rotor e estator, enquanto em baixas velocidades de vento, o rotor pode extrair energia da rede para ajudar na magnetização da máquina. Esse comportamento pode ser observado na figura a seguir.

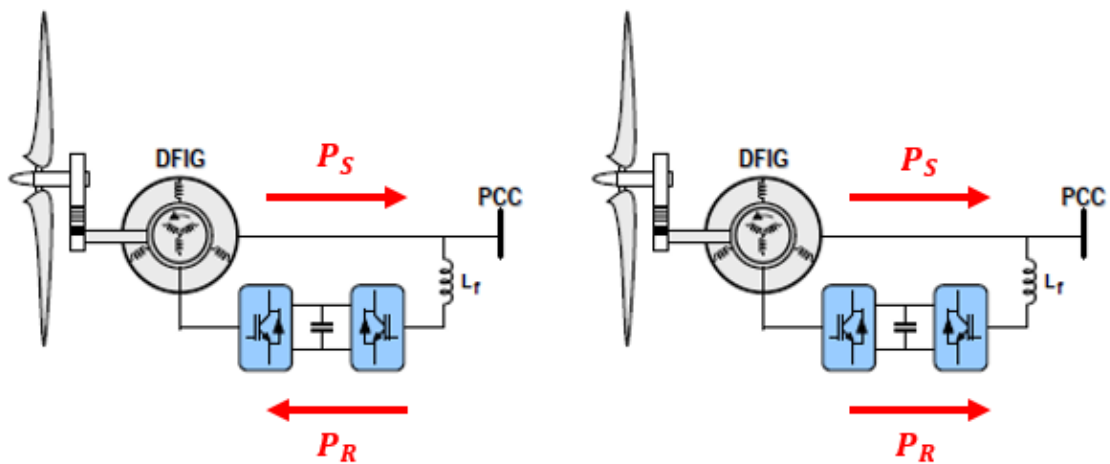


Figura 2.6.2.2 – Operações sub síncrona e super síncrona, respectivamente.

### 2.6.3. Sistema eólico de velocidade variável com conversores com capacidade completa

A performance do sistema eólico pode ser bastante melhorada com a utilização de um conversor com capacidade completa. Na figura 2.6.3.1, está ilustrada essa configuração.

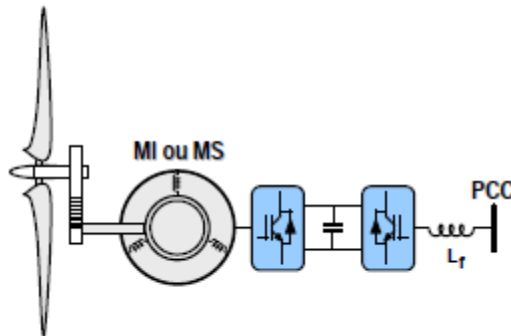


Figura 2.6.3.1 – Sistema eólico de velocidade variável com conversor com capacidade completa [12].

Geradores de indução gaiola de esquilo, geradores síncronos com acesso ao rotor e geradores síncronos de ímã permanente podem ser utilizados nessa configuração. A potência nominal do conversor é, normalmente, a mesma do gerador. Com o uso do conversor, o gerador é completamente desacoplado da rede elétrica e pode operar na sua faixa máxima de velocidade. Dessa forma, o sistema pode também realizar compensação de potência reativa e suavizar sua conexão com a rede. As maiores desvantagens desse tipo de sistema são a maior complexidade e o alto custo [1].

## 2.7. Componentes de uma turbina eólica

Um sistema de energia eólica converte a energia cinética dos ventos em energia mecânica, através de suas pás. Essa energia é então transformada em energia elétrica através de um gerador. O sistema é composto por diversos dispositivos que fazem com que o sistema opere de maneira controlada, confiável e eficiente [1].

Como a fonte de energia de um sistema eólico é a energia cinética dos ventos, a velocidade do vento tem um papel chave em muitos aspectos do processo de conversão, especialmente em relação à máxima potência gerada [1].

A energia cinética dos ventos é convertida em energia mecânica através das pás. O rotor está conectado ao eixo principal, o eixo de baixa velocidade. A energia mecânica é transmitida até o gerador, que a converte em energia elétrica. Essa conversão é feita com o auxílio de um conversor que entrega potência para a rede. A maioria das turbinas eólicas fica dentro de uma *nacelle* no topo da torre [1].

Existem outras partes que não estão diretamente associadas na conversão de energia, mas são importantes para se garantir a operação correta, confiável e eficiente do sistema. Entre essas partes estão: o sistema de *pitch*, sistema de *yaw*, freio mecânico, sensores que detectam a velocidade e direção do vento, cabos de distribuição, sistemas de dissipação de calor, protetores contra raios e componentes estruturais como: torre, fundação e *nacelle*. Turbinas de grande porte são ainda equipadas com um sistema de energização constante ou então sistemas de suprimento de energia de apoio, já que um suprimento constante de energia é fundamental para o funcionamento de partes essenciais como: sistema de controle, sistema de *pitch* e freios [1].

### **2.7.1. Pás da turbina**

A pá é responsável por uma das tarefas mais importantes da conversão de energia: converter a energia cinética dos ventos em energia mecânica rotacional. As pás evoluíram bastante em seus designs aerodinâmicos e materiais. Pás modernas são, geralmente, feitas de alumínio, fibra de vidro ou compósitos de fibra de carbono que lhes dão sua resistência, vida útil e rigidez, enquanto minimiza-se o peso [1].

Ainda que turbinas eólicas com uma e duas pás tenham suas utilidades, as turbinas com três pás são consideradas padrão na indústria para turbinas de grande porte. Turbinas com menos pás operam com maiores velocidades. Isso pode ser considerado uma vantagem, pois necessita-se de uma caixa de engrenagens mais simples e barata. Além disso, menor número de pás significa menor custo. No entanto, a poluição sonora aumenta proporcionalmente à velocidade das pontas das pás. A poluição sonora é,

consideravelmente maior, em turbinas com uma ou duas pás, o que significa um grande problema principalmente perto de regiões populosas [1].

Turbinas com mais de três pás não são comuns, já que são mais caras. A operação em baixa velocidade rotacional requer uma caixa de engrenagem mais sofisticada. A turbulência de uma pá pode afetar as outras pás, já que elas estão próximas. Portanto, as turbinas de três pás são as que apresentam melhor custo-benefício levando em conta, além do custo, o desgaste mecânico das peças, a poluição sonora e a velocidade rotacional para turbinas de grande porte [1].

A operação aerodinâmica de uma turbina eólica é semelhante àquela de uma asa de avião. Pode-se explicá-la através do princípio de Bernoulli que diz que conforme a velocidade de um fluido (líquido ou gás) aumenta, a pressão do mesmo diminui. O formato curvado das pás cria uma diferença na velocidade do vento em suas partes superior ( $v_{w1}$ ) e inferior ( $v_{w2}$ ) [1].

O fluxo de ar acima das pás é superior àquele embaixo delas ( $v_{w1} > v_{w2}$ ), que de acordo com o princípio de Bernoulli tem o efeito inverso na pressão ( $p_{w2} > p_{w1}$ ) [1].

A diferença de pressão entre as partes superiores e inferiores das pás resultam em uma força de elevação líquida ( $F_w$ ) nas mesmas. A força aplicada em um ponto distante do eixo de giro (braço de alavanca) produz torque, que cria o movimento rotacional da turbina eólica [1].

Um dos parâmetros importantes para se controlar a força de elevação da pá é o ângulo de ataque, definido como o ângulo entre a direção da velocidade do vento e a linha que cruza a pá longitudinalmente. Quando o ângulo de ataque é nulo, não há força de elevação nem torque produzidos, o que ocorre quando a turbina está estacionada para manutenção, por exemplo [1].

A potência de uma massa de ar fluindo com uma velocidade  $v_w$  através de uma área  $A$  pode ser calculada como:

$$P_w = \frac{1}{2} \rho A v_w^3 \quad (2.7.1.1)$$

Em que  $\rho$  representa a densidade do ar em  $kg/m^3$ ,  $A$  a área varrida em  $m^2$  e  $v_w$  é a velocidade do vento em  $m/s$ . A densidade do ar é função da pressão e temperatura do ar.



No nível do mar e à temperatura de 15°C, o ar tem uma densidade de aproximadamente  $1,2 \text{ kg/m}^3$  [1].

A potência do vento absorvida pela pá e convertida em potência mecânica pode ser calculada como:

$$P_w = \frac{1}{2} \rho A v_w^3 C_p \quad (2.7.1.2)$$

Em que  $C_p$  é o coeficiente de potência referente à tecnologia das pás, ou seja, material e formato aerodinâmico das mesmas. O coeficiente de potência indica a porcentagem, da energia cinética dos ventos que atinge as pás, que se consegue transformar em energia mecânica rotacional no eixo da turbina, isto é, o quanto da energia dos ventos pode ser aproveitada.

Uma das formas para se aumentar a potência gerada por uma turbina eólica é instalá-la em localidades em que o vento sopra mais forte e mais constantemente, como é o caso das usinas *offshore*. A potência é função do cubo da velocidade do vento, portanto dobrando-se a média da velocidade do vento, aumenta-se em oito vezes a potência gerada [1].

Uma outra maneira é aumentar-se a área varrida pelas pás da turbina. Como a área é função do quadrado do comprimento da pá, o aumento do mesmo faz com que a potência gerada aumente de forma quadrática. Isso explica o que vem acontecendo nos últimos anos com o aumento das turbinas eólicas. Por fim, para aumentar-se a potência gerada pode-se melhorar o  $C_p$ , através da modernização da aerodinâmica das pás da turbina [1].

### **2.7.2. Sistema de yaw**

O sistema de *yaw* é, basicamente, utilizado para otimizar a absorção da energia dos ventos através do posicionamento da turbina na direção do fluxo de vento. São motores elétricos que giram a turbina em um eixo vertical de forma a apontar sua face em direção ao vento. O sistema ainda possui um sistema de freios para manter a posição definida da turbina [1].

### **2.7.3. Anemômetros (sensores de vento)**

Os sistemas de *pitch* e *yaw* de uma turbina eólica requerem algum tipo de sensor que meça a velocidade do vento, no caso do *pitch*, e a direção do vento, no caso do *yaw*, para que possam funcionar adequadamente. Seus sistemas de controle atuam através da referência recebida por um equipamento de medição chamado de anemômetro [1].

Em geradores com velocidade variável, as medições de intensidade de vento também são necessárias para controlar a velocidade rotacional da máquina e assim otimizar a extração de potência dos ventos [1].

## **2.8. Aerodinâmica de turbinas eólicas**

### **2.8.1. Característica de potência de uma turbina eólica**

A curva de potência de uma turbina eólica é um dado característico da turbina e disponibilizado pelo fabricante. Ela relaciona a potência gerada com a velocidade do vento. Existem três velocidades de vento características em uma curva de potência: velocidade de partida (*cut-in speed*) relacionada à velocidade a partir da qual a turbina começa a gerar energia, velocidade nominal (*rated speed*) velocidade com a qual a turbina gera potência nominal e velocidade de desligamento (*cut-out speed*) velocidade com a qual a turbina deve ser desligada e parar de gerar energia, para que não haja danos nas estruturas da mesma [1].

Entre as velocidades de vento de partida e nominal, a turbina se encontra na região em que a velocidade do gerador deve ser controlada de forma a maximizar a conversão de energia, a relação entre potência e velocidade do vento nessa região é cúbica conforme descrito pela equação (2.7.1.2). Ao alcançar-se a velocidade nominal do vento a curva de potência passa a ser uma constante igual a potência nominal da turbina, esse valor deve ser mantido pelos sistemas de *pitch* ou *stall*. A transição entre a parte com característica

cúbica para a parte com característica constante da curva de potência, na prática, é suave [1]. A curva de potência típica de uma turbina eólica pode ser vista na figura 2.8.1.1.

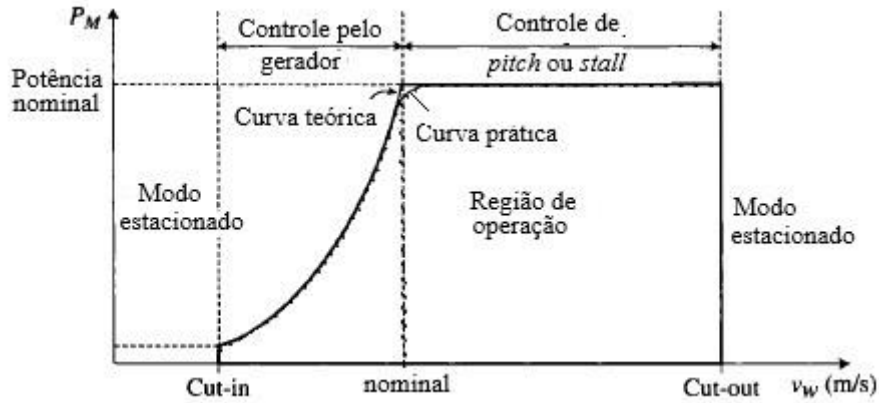


Figura 2.8.1.1 – Curva de potência de uma turbina eólica. Adaptado de [1].

## 2.8.2. Tip speed ratio

O *tip speed ratio* é definido como:

$$\lambda_T = \frac{\omega r_T}{v_w} \quad (2.8.2.1)$$

Em que  $r_T$  é o raio das pás da turbina,  $\omega$  é a velocidade rotacional da pá e  $v_w$  é a velocidade do vento.

O coeficiente de potência anteriormente comentado pode ser definido como uma função do *tip speed ratio* e do ângulo de ataque das pás da turbina (equações 2.8.2.2 e 2.8.2.3), fazendo-se possível a definição das curvas da figura 2.8.2.1. Em que o parâmetro beta nulo se refere ao ângulo de ataque ideal das pás, isto é, quando a turbina está sob a região de controle pelo gerador, e nenhum vento está sendo vertido. O aumento de beta significa o afastamento do ângulo de ataque ótimo.

$$C_p(\lambda, \beta) = 0,22 * \left( \frac{116}{\lambda_i} - 0,4\beta - 5 \right) * e^{\frac{12,5}{\lambda_i}} \quad (2.8.2.2)$$

Em que:

$$\frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda + 0,08\beta} - \frac{0,035}{\beta^3 + 1} \quad (2.8.2.3)$$

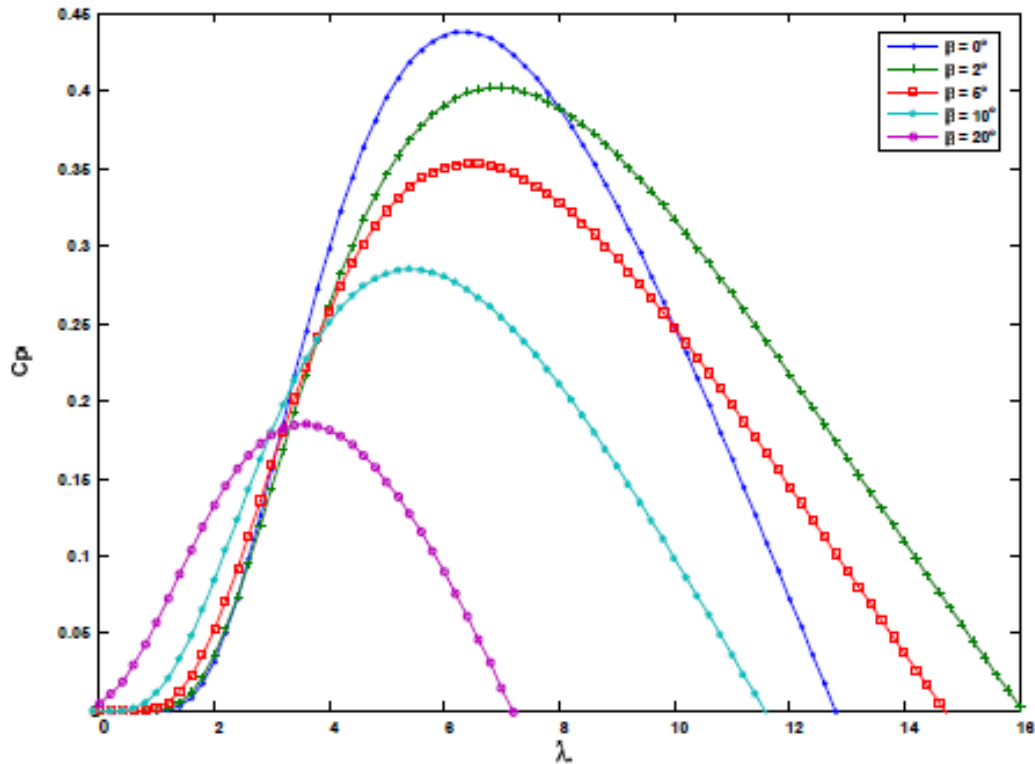


Figura 2.8.2.1 – Relação entre  $C_p$  e o *tip speed ratio*.

Através da figura 2.8.2.1 pode-se perceber que para diferentes valores de ângulo de ataque existe um valor específico do *tip speed ratio* que otimiza a conversão de energia ( $C_p$  máximo). Pode-se analisar também que quanto maior for o ângulo  $\beta$ , significando que o ângulo de ataque está diminuindo, menor será o valor máximo de  $C_p$ . Isso significa um pior aproveitamento da potência do vento, potência de vento está sendo desperdiçada.

## 2.9. Controle do MPPT (*Maximum power point tracking*)

O controle de MPPT de uma turbina eólica atua quando o sistema está operando abaixo da velocidade nominal, mas acima da velocidade de partida (*cut-in Speed*), isto é, existe um controle de velocidade do gerador de maneira a manter-se sempre o valor ótimo do *tip speed ratio*. Esse controle é obtido mantendo-se o ângulo de ataque das pás em seu valor ótimo, e a velocidade do gerador é ajustada sempre de modo a extrair-se o máximo de potência possível dos ventos no determinado instante [1]. Na figura 2.9.1 pode-se observar em um gráfico, em que o eixo horizontal representa a velocidade angular  $\omega$  e o eixo vertical representa a potência mecânica da turbina ( $P_M$ ), respectivamente, curvas para variadas velocidades de vento incidentes ( $v_w$ ).

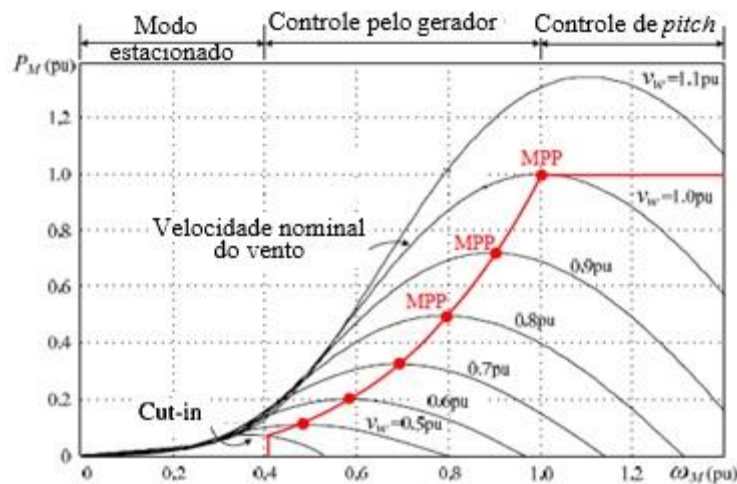


Figura 2.9.1 Operação do MPPT. Adaptado de [1].

Na figura 2.9.1 pode-se observar que para cada velocidade de vento ( $v_w$ ), existe uma velocidade da turbina ( $\omega$ ), que corresponde à máxima potência mecânica produzida no eixo da turbina, esses pontos de operação (*MPP*) são obtidos como resultado do controle de MPPT.

### 2.9.1. MPPT através do *tip speed ratio* ótimo

O MPPT pode ser obtido conforme o diagrama de blocos da figura 2.9.1.1.

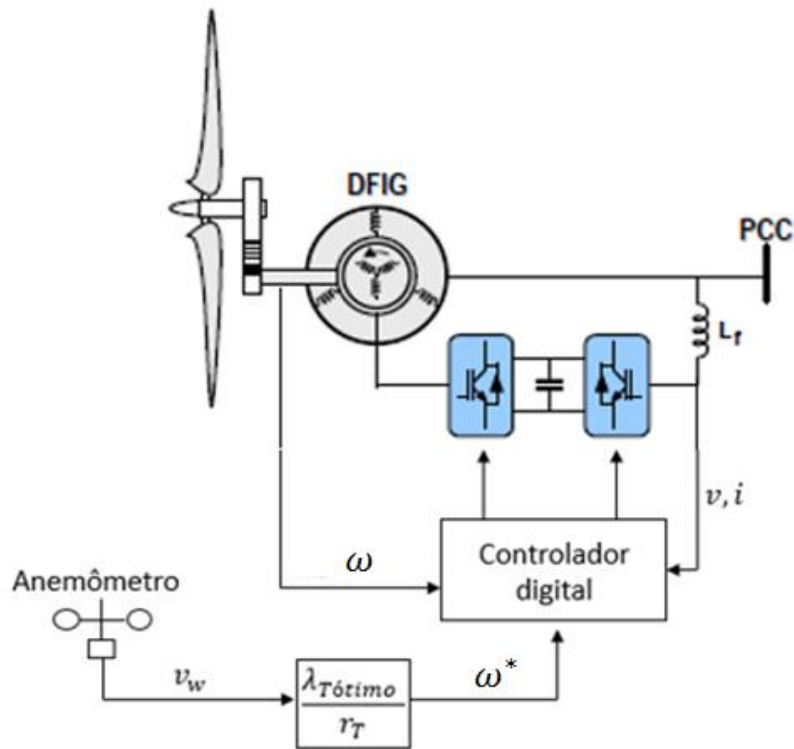


Figura 2.9.1.1 MPPT através do *tip speed ratio* ótimo.

Conforme exposto na figura 2.9.1.1 o controle é obtido através de um anemômetro que mede a intensidade da velocidade do vento. Em posse dessa velocidade, do raio da turbina e do valor ótimo do *tip speed ratio*, para um ângulo de ataque ótimo, obtém-se o valor da velocidade da turbina de referência que será comparada com a velocidade da turbina medida e, através de um controlador digital, sinais de referência serão gerados para o conversor. O conversor atuará no controle de velocidade do gerador, através do controle de seu chaveamento.

### 3. Fundamentos Teóricos

#### 3.1. Modelo Matemático Geral de uma Máquina Elétrica de Corrente Alternada

Para as seguintes deduções algumas idealizações relacionadas a máquinas em geral serão assumidas conforme [2] descreveu. Primeiramente considera-se que o estator é constituído por um cilindro de ferro de seção circular, contendo um rotor concêntrico de forma que um entreferro estreito de comprimento radial ( $h$ ) exista entre a superfície cilíndrica na qual enrolamentos trifásicos de profundidade desprezível são acoplados. Ambos os neutros dos enrolamentos ligados em estrela são isolados, os terminais dos enrolamentos do rotor estão internamente em curto-circuito.  $N_S$  e  $N_R$  são o número de espiras equivalentes, em cada fase, no estator e no rotor, respectivamente. As permeabilidades do estator laminado e do ferro do rotor são consideradas infinitas, saturação e perdas no ferro são ignoradas.

Alguns ângulos serão definidos e posteriormente aplicados às equações deduzidas:

$\alpha \rightarrow$  ângulo com relação à posição fixa definida como o centro dos enrolamentos da fase 1 do estator;

$\beta \rightarrow$  ângulo com relação ao centro dos enrolamentos da fase 1 do rotor;

$\varepsilon(t) \rightarrow$  Ângulo da posição do rotor em relação à referência do estator

$$(\omega(t) = \frac{d\varepsilon(t)}{dt}).$$

$\zeta(t) \rightarrow$  Ângulo da posição do vetor de corrente de estator  $\underline{i}_S$ ;

$$\gamma = 120^\circ;$$

Na imagem a seguir estão ilustrados os ângulos acima citados.

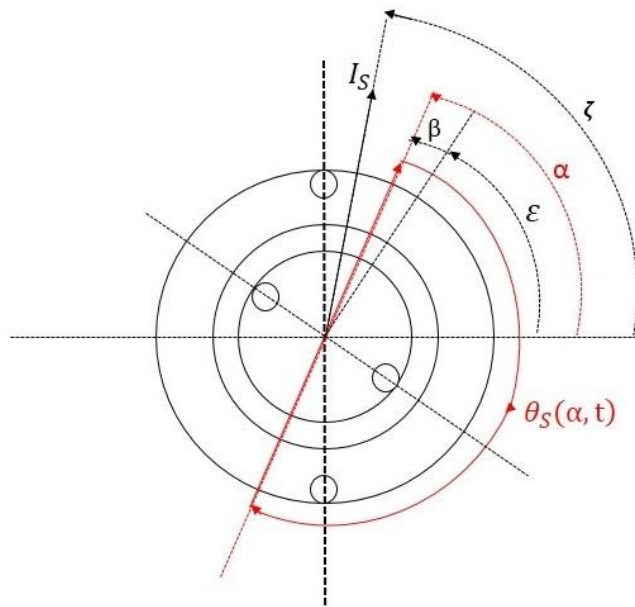


Figura 3.1.1 – Definição dos ângulos utilizados nas deduções das equações.

Antes de iniciar-se a dedução das equações da máquina de acordo com os ângulos citados, faz-se necessária uma revisão da teoria de campos magnéticos de acordo com a explicação de [3].

Em aplicações práticas de engenharia envolvendo campos magnéticos é necessária a solução das equações de Maxwell. Soluções exatas muitas vezes não são alcançáveis, no entanto muitas simplificações podem ser feitas de modo a obter-se resultados aceitáveis [3].

A primeira simplificação diz respeito à desconsideração do termo da corrente de deslocamento. Essa simplificação reduz as equações de Maxwell à forma magnética quase-estática que relaciona os campos magnéticos e as correntes que os produzem [3].

$$\oint_C H dl = \int_S J dA \quad (3.1.1)$$

A equação acima afirma que a integral de linha da componente tangencial da intensidade de campo magnético ( $H$ ) ao longo de um contorno fechado ( $C$ ) é igual à corrente total que passa através de qualquer superfície ( $S$ ) delimitada por esse



contorno.  $J$  representa a densidade de corrente. Pode-se perceber que as grandezas de um campo magnético podem ser determinadas usando-se apenas os valores instantâneos das correntes que lhe dão origem [3].

Uma outra simplificação vem da teoria de circuitos magnéticos. A solução geral da intensidade de campo magnético ( $H$ ), e da densidade de fluxo magnético ( $B$ ), em uma estrutura geométrica complexa, é extremamente difícil. No entanto, um problema de campo tridimensional pode frequentemente ser reduzido ao que é essencialmente um circuito equivalente unidimensional, dando soluções de exatidão aceitável em engenharia. Em circuitos magnéticos, que apresentam material ferromagnético, com alto valor de permeabilidade, o fluxo estará confinado nos caminhos delimitados por essas estruturas, considerando-se ainda entreferros muito estreitos [3].

Nesses tipos de circuitos a fonte do campo magnético do núcleo é o produto  $Ni$ , em ampères-espiras, conhecido como força magnetomotriz, em que  $N$  representa o número de voltas da espira enrolada em torno do núcleo, como ilustrado na figura 3.1.2.

Através da equação de Maxwell (3.1.1) e a definição de força magnetomotriz obtém-se:

$$\oint_C Hdl = Ni \quad (3.1.2)$$

As dimensões do núcleo são tais que o comprimento do caminho de qualquer linha de fluxo é aproximadamente igual ao comprimento médio do núcleo  $l$ . Assim:

$$Hl = Ni \quad (3.1.3)$$

Sabe-se também que:

$$B = \mu H \quad (3.1.4)$$

em que  $\mu$  representa a permeabilidade magnética. Então:

$$B = \mu \frac{Ni}{l} \quad (3.1.5)$$

As equações descritas acima podem ser melhor visualizadas na figura a seguir.

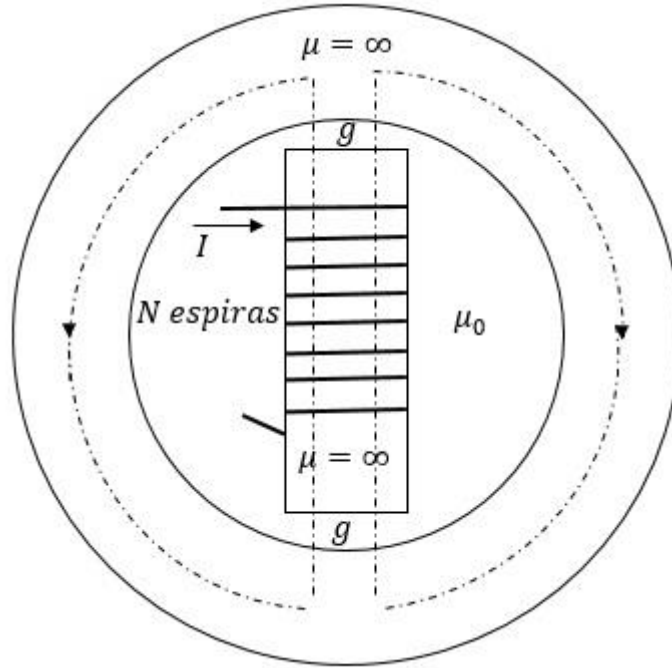


Figura 3.1.2 – Representação de um circuito magnético semelhante à uma máquina elétrica.

Na figura acima está representado um circuito magnético, semelhante à uma máquina elétrica, com núcleo com permeabilidade ( $\mu$ ) infinita e entreferro de comprimento  $g$  com permeabilidade do ar ( $\mu_0$ ). Observa-se ainda uma força magnetomotriz com valor de  $Ni$ .

A aplicação das equações listadas acima no exemplo da figura 3.1.2 permite alcançar-se o seguinte resultado:

$$B = \mu_0 \frac{Ni}{2g} \quad (3.1.6)$$

Como a permeabilidade do núcleo ( $\mu$ ) é infinita, a densidade de fluxo magnético concentra-se no entreferro.

Ainda da teoria de campos magnéticos, segundo [3], sabe-se que:

$$\phi = \int_S B dA \quad (3.1.7)$$

A equação acima afirma que o fluxo magnético ( $\phi$ ) que atravessa uma superfície ( $S$ ) é a integral de superfície da componente normal de  $B$ .

Nesse trabalho considera-se que os materiais que compõem, ambos, rotor e estator apresentam permeabilidade magnética infinita. Portanto o campo magnético no entreferro da máquina possui direção radial.

A componente  $\theta_s(\alpha, t)$  ilustrada na figura 3.1.1 refere-se ao valor de ampères-espiras de estator enlaçados pelo campo magnético radial que corta o motor com ângulo  $\alpha$ . Esses ampères-espiras aparecem como uma força magnetomotriz nos dois entreferros da máquina.

Ao alimentar-se o estator com corrente alternada, os ampères-espiras de estator produzem o campo magnético girante que pode ser melhor compreendido com o auxílio da figura a seguir:

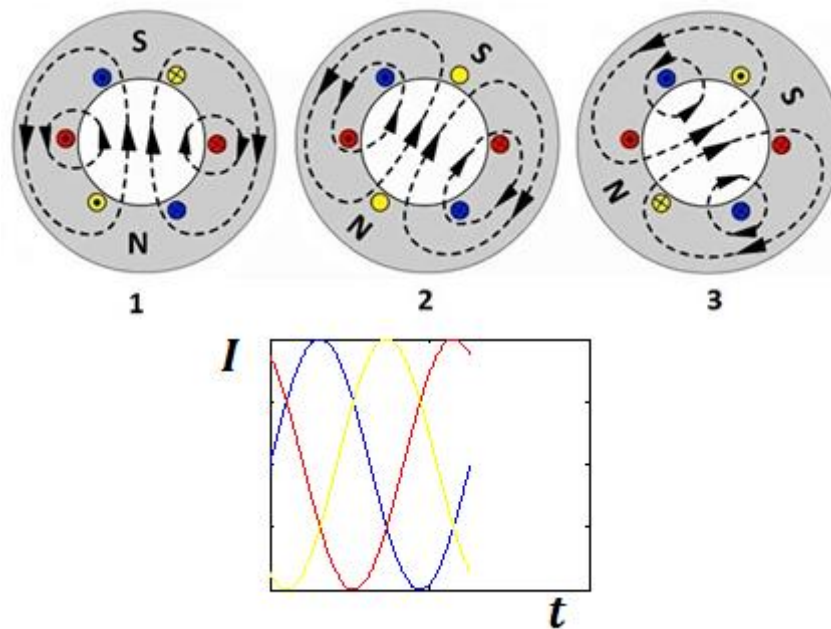


Figura 3.1.3 – Ilustração do campo magnético girante [6].

O campo magnético girante varia em função das componentes instantâneas de cada fase da corrente alternada que alimenta os enrolamentos do estator, como pode ser visto na figura 3.1.4 em que a corrente de estator ( $\underline{i}_s(t)$ ) é representada como um vetor espacial girante em função das componentes instantâneas das correntes de cada fase.

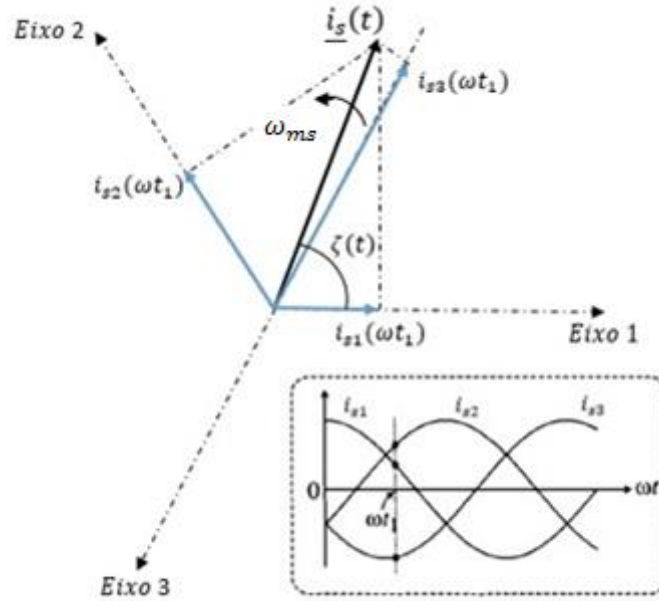


Figura 3.1.4 – Decomposição do vetor espacial da corrente de estator em suas componentes instantâneas de cada fase.

A corrente de estator ( $\underline{i}_s(t)$ ) pode ser obtida da seguinte maneira:

Define-se:

$$i_{s1}(t) = \sqrt{2}i'_s \cos(\zeta(t) - \alpha) \quad (3.1.8)$$

Sabe-se que:

$$e^{j\alpha} = \cos(\alpha) + j \operatorname{sen}(\alpha) \quad e \quad e^{-j\alpha} = \cos(\alpha) - j \operatorname{sen}(\alpha) \quad (3.1.9)$$

Portanto,

$$j \operatorname{sen}(\alpha) = e^{j\alpha} - \cos(\alpha) \quad e \quad j \operatorname{sen}(\alpha) = \cos(\alpha) - e^{-j\alpha} \quad (3.1.10)$$

Igualando-se as equações (3.1.10),

$$\cos(\alpha) = \frac{1}{2}(e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}) \quad (3.1.11)$$

Assim a equação (3.1.8), torna-se:

$$\begin{aligned}
i_{s1}(t) &= \frac{\sqrt{2}}{2} (i'_s e^{j(\zeta(t)-\alpha)} + i'_s(t) e^{-j(\zeta(t)-\alpha)}) \\
&= \frac{\sqrt{2}}{2} (i'_s e^{j(\zeta(t))} e^{-j\alpha} + i'_s e^{-j(\zeta(t))} e^{j\alpha}) \quad (3.1.12)
\end{aligned}$$

Definindo-se:

$$i_{s2}(t) = \sqrt{2} i'_s \cos(\zeta(t) - \gamma - \alpha) \quad (3.1.13)$$

e

$$i_{s3}(t) = \sqrt{2} i'_s \cos(\zeta(t) - 2\gamma - \alpha) \quad (3.1.14)$$

obtem-se, analogamente, à dedução de  $i_{s1}(t)$ :

$$i_{s2}(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} (i'_s e^{j(\zeta(t))} e^{-j\gamma} e^{-j\alpha} + i'_s e^{-j(\zeta(t))} e^{j\gamma} e^{j\alpha}) \quad (3.1.15)$$

como também:

$$i_{s3}(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} (i'_s e^{j(\zeta(t))} e^{-j2\gamma} e^{-j\alpha} + i'_s e^{-j(\zeta(t))} e^{j2\gamma} e^{j\alpha}) \quad (3.1.16)$$

O vetor de corrente de estator ( $\underline{i}_s(t)$ ) é definido como:

$$\underline{i}_s(t) = i_{s1}(t) + i_{s2}(t) e^{j\gamma} + i_{s3}(t) e^{j2\gamma} \quad (3.1.17)$$

Substituindo-se (3.1.12), (3.1.15) e (3.1.16) em (3.1.17) obtém-se:

$$\begin{aligned}
\underline{i}_s(t) &= \frac{\sqrt{2}}{2} i'_s (e^{j(\zeta(t))} e^{-j\alpha} + e^{-j(\zeta(t))} e^{j\alpha} + e^{j(\zeta(t))} e^{-j\alpha} + e^{-j(\zeta(t))} e^{j2\gamma} e^{j\alpha} \\
&\quad + e^{j(\zeta(t))} e^{-j\alpha} + e^{-j(\zeta(t))} e^{j\gamma} e^{j\alpha}) \quad (3.1.18)
\end{aligned}$$

Que pode ser reescrito como:

$$\underline{i}_s(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} i'_s (3e^{j(\zeta(t))} e^{-j\alpha} + e^{-j(\zeta(t))} e^{j\alpha} (1 + e^{j2\gamma} + e^{j\gamma})) \quad (3.1.19)$$

Como:

$$1 + e^{j2\gamma} + e^{j\gamma} = 0 \quad (3.1.20)$$

Então:

$$\underline{i}_s(t) = \frac{3\sqrt{2}}{2} i'_s e^{j\zeta(t)} e^{-j\alpha} \quad (3.1.21)$$

O resultado obtido indica um vetor com amplitude e velocidade angular constantes, conforme analisado na figura 3.1.4.

Define-se:

$$i_s = \frac{3\sqrt{2}}{2} i'_s \quad (3.1.22)$$

Assim:

$$\underline{i}_s(t) = i_s e^{j(\zeta(t))} e^{-j\alpha} \quad (3.1.23)$$

Após ter-se definido o vetor  $\underline{i}_s(t)$ , torna-se possível a definição da força magnetomotriz da seguinte forma:

$$\theta_S(\alpha, t) = N_s \text{Re} [i_s e^{j(\zeta(t))} e^{-j\alpha}] \quad (3.1.24)$$

Na expressão (3.1.24) considera-se apenas a parte real, já que os ampères-espiras são quantidades fisicamente reais e possíveis de serem medidas. Dessa forma:

$$\theta_S(\alpha, t) = N_s i_s \cos(\zeta(t) - \alpha) \quad (3.1.25)$$

A equação (3.1.25) demonstra que os ampères-espiras podem ser representados como uma onda cujo pico segue o ângulo do vetor de corrente ( $\zeta(t)$ ) [2].

Se as correntes de estator são senoidais e formam um sistema trifásico simétrico, a onda de ampères-espiras se desloca com amplitude constante e velocidade síncrona ( $\omega_{ms} = \frac{d\zeta}{dt}$ ), no entreferro da máquina [2], como pode ser observado na figura 3.1.5.

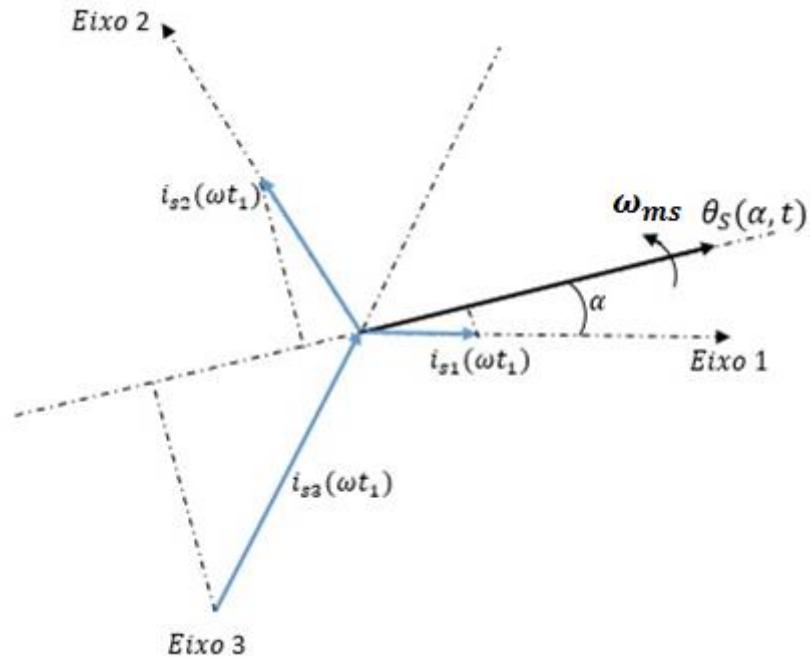


Figura 3.1.5 – Ilustração da força magnetomotriz, que produz o campo girante, representada como um vetor girante.

Conforme a equação de Maxwell (3.1.1) e (3.1.2), o campo magnético varia sua posição de acordo com a corrente que atravessa o contorno fechado do caminho do mesmo. Então devido a isso o campo gira fisicamente, na máquina, com uma amplitude constante, na frequência das correntes que o produzem como pode ser observado na figura 3.1.5.

Novamente sabendo-se que:

$$e^{j\alpha} = \cos(\alpha) + j \operatorname{sen}(\alpha) \quad e \quad e^{-j\alpha} = \cos(\alpha) - j \operatorname{sen}(\alpha) \quad (3.1.26)$$

Chega-se a:

$$\cos(\alpha) = \frac{1}{2}(e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}) \quad (3.1.27)$$

Portanto:

$$\theta_S(\alpha, t) = \frac{1}{2} N_S (i_s e^{j(\zeta(t)-\alpha)} + i_s e^{-j(\zeta(t)-\alpha)}) \quad (3.1.28)$$

Considerando-se alfa nulo:

$$\underline{i}_s(t) = i_s e^{j\zeta(t)} \quad (3.1.29)$$

E

$$\underline{i}_s^*(t) = i_s e^{-j\zeta(t)} \quad (3.1.30)$$

Logo:

$$\theta_S(\alpha, t) = \frac{1}{2} N_S (\underline{i}_s(t) e^{-j\alpha} + \underline{i}_s^*(t) e^{j\alpha}) \quad (3.1.31)$$

Ainda segundo a descrição de [2] os ampères-espiras dos enrolamentos trifásicos girantes do rotor, analogamente, podem ser deduzidos resultando em:

$$\theta_R(\beta, t) = \frac{1}{2} N_R Re[\underline{i}_R(t) e^{-j\beta} + \underline{i}_R^*(t) e^{j\beta}] \quad (3.1.32)$$

$$\beta = \alpha - \varepsilon \quad (3.1.33)$$

Logo:

$$\theta_R(\alpha, \varepsilon, t) = \frac{1}{2} N_R Re[\underline{i}_R(t) e^{-j(\alpha - \varepsilon)} + \underline{i}_R^*(t) e^{j(\alpha - \varepsilon)}] \quad (3.1.34)$$

A força magnetomotriz resultante do entreferro é a superposição dos ampères-espiras do estator e rotor:

$$\theta(\alpha, \varepsilon, t) = \theta_S(\alpha, t) + \theta_R(\alpha, \varepsilon, t) \quad (3.1.35)$$

Como a permeabilidade do ferro da máquina foi considerada infinita, a força magnetomotriz se torna efetiva nos dois cruzamentos de entreferro, causando uma densidade de fluxo magnético local ( $B$ ) no lado do estator do entreferro [2]. Semelhante a equação (3.1.6) do exemplo:

$$B_S(\alpha, \varepsilon, t) = \frac{\mu_0}{2h} [\theta_S(\alpha, t) + k\theta_R(\alpha, \varepsilon, t)] \quad (3.1.36)$$

Em que  $k < 1$  representa um fator de acoplamento que leva em conta a dispersão magnética. O parâmetro  $\mu_0$  representa a permeabilidade do ar no entreferro.



Em posse da equação (3.1.36), é possível calcular-se os fluxos concatenados dos enrolamentos de estator, através da equação (3.1.7), como também através de:

$$\Psi = N\phi \quad (3.1.37)$$

Em que  $\Psi$  representa o fluxo concatenado,  $N$  o número de espiras e  $\phi$  representa o fluxo magnético. Para tanto utiliza-se uma integração dupla. A primeira (integração em  $\alpha$ ) diz respeito ao campo magnético girante, não-uniforme e variável no entreferro, a segunda (integração em  $\lambda$ ) diz respeito às posições diferentes dos enrolamentos de cada fase. Na integração em  $\lambda$ , utiliza-se uma densidade incremental da distribuição de espiras da seguinte forma:

$$\frac{1}{2}N_s \cos\lambda \quad (3.1.38)$$

Ao integrar-se em  $\lambda$  no intervalo entre  $-\frac{\pi}{2}$  e  $\frac{\pi}{2}$ , obtém-se o valor de  $N_s$  fazendo com que a equação (3.1.37) seja atendida.

Considerando-se um rotor cilíndrico de raio ( $r$ ) e de comprimento ( $l$ ), o fluxo concatenado do enrolamento 1 do estator pode ser calculado da seguinte maneira, segundo [2]:

$$\Psi_{s1}(t) = \frac{1}{2}N_s \int_{\lambda=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\lambda \left( \int_{\alpha=\lambda-\frac{\pi}{2}}^{\lambda+\frac{\pi}{2}} lr B_s(\alpha, \varepsilon, t) d\alpha \right) d\lambda \quad (3.1.39)$$

As integrais acima podem ser resolvidas de maneira simples devido à notação complexa como pode ser visto a seguir:

$$\begin{aligned} \Psi_{s1}(t) = & \frac{N_s^2 lr}{8h} \mu_0 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [e^{j\lambda} + e^{-j\lambda}] \int_{\lambda-\frac{\pi}{2}}^{\lambda+\frac{\pi}{2}} [\underline{i}_s(t)e^{-j\alpha} + \underline{i}_s^*(t)e^{j\alpha}] d\alpha d\lambda \\ & + k \frac{N_s N_R lr}{8h} \mu_0 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [e^{j\lambda} \\ & + e^{-j\lambda}] \int_{\lambda-\frac{\pi}{2}}^{\lambda+\frac{\pi}{2}} [\underline{i}_R(t)e^{-j(\alpha-\varepsilon)} + \underline{i}_R^*(t)e^{j(\alpha-\varepsilon)}] d\alpha d\lambda \quad (3.1.40) \end{aligned}$$

Define-se, então, o conceito de indutâncias mútua e própria, atentando-se ao fato de que esses conceitos são assim definidos, pois é possível fazer-se uma analogia entre os mesmos e as indutâncias conhecidas da teoria de circuitos elétricos, quando se referindo às equações diferenciais que através de correntes resultam em tensões. Assim:

$$\frac{N_s^2 lr}{8h} \pi \mu_0 = \frac{1}{3} L_S \quad (3.1.41)$$

E

$$k \frac{N_s N_R lr}{8h} \pi \mu_0 = \frac{1}{3} M \quad (3.1.42)$$

A equação (3.1.40) resulta em:

$$\Psi_{s1}(t) = \frac{1}{3} L_S [\underline{i}_s(t) + \underline{i}_s^*(t)] + \frac{1}{3} M [\underline{i}_R(t) e^{j\varepsilon} + \underline{i}_R^*(t) e^{-j\varepsilon}] \quad (3.1.43)$$

Os fluxos concatenados dos enrolamentos 2 e 3 de estator podem ser obtidos de maneira análoga mudando-se apenas os limites de integração em  $\lambda$ , referentes à posição dos enrolamentos do estator. Os limites dos enrolamentos 2 e 3 são alterados para os valores de  $\gamma \pm \frac{\pi}{2}$  e  $2\gamma \pm \frac{\pi}{2}$ , respectivamente. Dessa maneira obtém-se semelhantemente:

$$\begin{aligned} \Psi_{s2}(t) = \frac{1}{3} L_S [\underline{i}_s(t) e^{-j\gamma} + \underline{i}_s^*(t) e^{j\gamma}] + \frac{1}{3} M [\underline{i}_R(t) e^{j(\varepsilon-\gamma)} \\ + \underline{i}_R^*(t) e^{-j(\varepsilon-\gamma)}] \end{aligned} \quad (3.1.44)$$

como também:

$$\begin{aligned} \Psi_{s3}(t) = \frac{1}{3} L_S [\underline{i}_s(t) e^{-j2\gamma} + \underline{i}_s^*(t) e^{j2\gamma}] + \frac{1}{3} M [\underline{i}_R(t) e^{j(\varepsilon-2\gamma)} \\ + \underline{i}_R^*(t) e^{-j(\varepsilon-2\gamma)}] \end{aligned} \quad (3.1.45)$$

Define-se um vetor complexo do fluxo concatenado de estator da seguinte forma:

$$\underline{\Psi}_s(t) = \Psi_{s1}(t) + \Psi_{s2}(t) e^{j\gamma} + \Psi_{s3}(t) e^{j2\gamma} \quad (3.1.46)$$

Substituindo-se as equações (3.1.43), (3.1.44) e (3.1.45) em (3.1.46), obtém-se:

$$\begin{aligned}
\underline{\Psi}_s(t) &= \frac{1}{3}L_S \left[ \underline{i}_s(t) + \underline{i}_s^*(t) \right] + \frac{1}{3}M \left[ \underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon} + \underline{i}_R^*(t)e^{-j\varepsilon} \right] \\
&+ \frac{1}{3}L_S \left[ \underline{i}_s(t) + \underline{i}_s^*(t)e^{j2\gamma} \right] + \frac{1}{3}M \left[ \underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon} + \underline{i}_R^*(t)e^{-j(\varepsilon-2\gamma)} \right] \\
&+ \frac{1}{3}L_S \left[ \underline{i}_s(t) + \underline{i}_s^*(t)e^{j\gamma} \right] + \frac{1}{3}M \left[ \underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon} + \underline{i}_R^*(t)e^{-j(\varepsilon-\gamma)} \right] \quad (3.1.47)
\end{aligned}$$

Logo:

$$\begin{aligned}
\underline{\Psi}_s(t) &= L_S \underline{i}_s(t) + \frac{1}{3}L_S \underline{i}_s^*(t)(1 + e^{j2\gamma} + e^{j\gamma}) + M \underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon} \\
&+ \frac{1}{3}M \underline{i}_R^*(t)e^{-j\varepsilon}(1 + e^{j2\gamma} + e^{j\gamma}) \quad (3.1.48)
\end{aligned}$$

Finalmente:

$$\underline{\Psi}_s(t) = L_S \underline{i}_s(t) + M \underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon} \quad (3.1.49)$$

Pode-se obter o fluxo concatenado do rotor da mesma maneira. Inicialmente transforma-se a força magnetomotriz de estator para as coordenadas do rotor obtendo-se:

$$\theta_s(\beta, \varepsilon, t) = \frac{1}{2}N_S(\underline{i}_s(t)e^{-j(\beta+\varepsilon)} + \underline{i}_s^*(t)e^{j(\beta+\varepsilon)}) \quad (3.1.50)$$

A densidade de fluxo magnético de entreferro, na superfície do rotor, será então:

$$B_R(\beta, \varepsilon, t) = \frac{\mu_0}{2h}[\theta_R(\beta, t) + k\theta_s(\beta, \varepsilon, t)] \quad (3.1.51)$$

Em seguida através do mesmo processo de integração utilizado para o cálculo do fluxo concatenado de estator, obtém-se o fluxo concatenado do rotor:

$$\Psi_{R1}(t) = \frac{1}{3}L_R \left[ \underline{i}_R(t) + \underline{i}_R^*(t) \right] + \frac{1}{3}M \left[ \underline{i}_s(t)e^{-j\varepsilon} + \underline{i}_s^*(t)e^{j\varepsilon} \right] \quad (3.1.52)$$

em que  $L_R$  é a indutância própria do rotor definida da seguinte maneira:

$$\frac{N_R^2 l r}{8h} \pi \mu_0 = \frac{1}{3}L_R \quad (3.1.53)$$

Similarmente obtém-se os fluxos concatenados dos enrolamentos 2 e 3 do rotor:

$$\Psi_{R2}(t) = \frac{1}{3}L_R \left[ \underline{i}_R(t)e^{-j\gamma} + \underline{i}_R^*(t)e^{j\gamma} \right] + \frac{1}{3}M[\underline{i}_S(t)e^{-j(\varepsilon+\gamma)} + \underline{i}_S^*(t)e^{j(\varepsilon+\gamma)}] \quad (3.1.54)$$

$$\Psi_{R3}(t) = \frac{1}{3}L_R \left[ \underline{i}_R(t)e^{-j2\gamma} + \underline{i}_R^*(t)e^{j2\gamma} \right] + \frac{1}{3}M[\underline{i}_S(t)e^{-j(\varepsilon+2\gamma)} + \underline{i}_S^*(t)e^{j(\varepsilon+2\gamma)}] \quad (3.1.55)$$

Novamente utilizando-se o recurso do vetor complexo do fluxo do rotor, obtém-se:

$$\underline{\Psi}_R(t) = \Psi_{R1}(t) + \Psi_{R2}(t)e^{j\gamma} + \Psi_{R3}(t)e^{j2\gamma} \quad (3.1.56)$$

Logo:

$$\underline{\Psi}_R(t) = L_R \underline{i}_R(t) + M \underline{i}_S(t)e^{-j\varepsilon} \quad (3.1.57)$$

As expressões de fluxos concatenados de estator e rotor são agora utilizadas para deduzir-se as equações de tensão dos circuitos de estator e rotor.

As tensões fase-neutro dos circuitos de estator são:

$$\begin{aligned} R_S i_{s1} + \frac{d\Psi_{s1}}{dt} &= u_{s1}(t) \\ R_S i_{s2} + \frac{d\Psi_{s2}}{dt} &= u_{s2}(t) \\ R_S i_{s3} + \frac{d\Psi_{s3}}{dt} &= u_{s3}(t) \end{aligned} \quad (3.1.58)$$

Em que  $R_S$  é a resistência de estator por fase.

As equações (3.1.58) podem ser combinadas introduzindo-se, novamente, o conceito de vetores complexos. O vetor de tensão pode ser descrito como:

$$\underline{u}_S(t) = u_{s1}(t) + u_{s2}(t)e^{j\gamma} + u_{s3}(t)e^{j2\gamma} \quad (3.1.59)$$

Combinando-se as equações (3.1.17), (3.1.49) e (3.1.59), que dizem respeito aos vetores complexos, resulta-se em:

$$\underline{u}_S(t) = R_S \underline{i}_S + \frac{d\Psi_S}{dt} = R_S \underline{i}_S + L_S \frac{di_S}{dt} + M \frac{d}{dt} (\underline{i}_R e^{j\varepsilon}) \quad (3.1.60)$$

Analogamente as equações de tensões de rotor podem ser obtidas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} R_R i_{R1} + \frac{d\Psi_{R1}}{dt} &= u_{R1}(t) \\ R_R i_{R2} + \frac{d\Psi_{R2}}{dt} &= u_{R2}(t) \\ R_R i_{R3} + \frac{d\Psi_{R3}}{dt} &= u_{R3}(t) \end{aligned} \quad (3.1.61)$$

Novamente utilizando-se as equações vetoriais para as variáveis de rotor:

$$\underline{u}_R(t) = R_R \underline{i}_R + \frac{d\Psi_R}{dt} = R_R \underline{i}_R + L_R \frac{di_R}{dt} + M \frac{d}{dt} (\underline{i}_S e^{-j\varepsilon}) \quad (3.1.62)$$

Pode-se deduzir a equação do torque elétrico produzido na máquina através do auxílio da Lei de Lorentz que relaciona as direções dos vetores de força, corrente elétrica e campo magnético da seguinte forma:

$$\vec{F} = \vec{I}l \times \vec{B} \quad (3.1.63)$$

Essa equação pode ser melhor visualizada na figura 3.1.6.

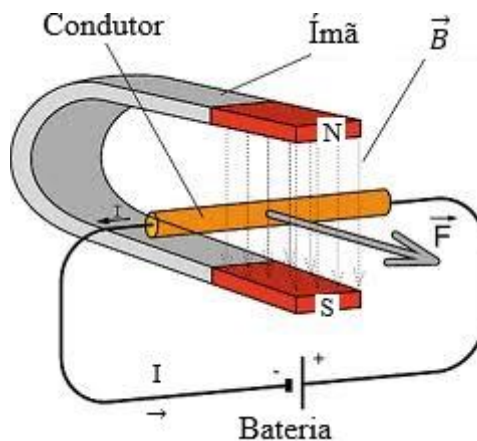


Figura 3.1.6 – Lei de Lorentz.

A lei de Lorentz aparece, na máquina, como uma força tangencial exercida nos condutores axiais que carregam correntes, atravessados ortogonalmente pelo campo magnético [2].

Através da equação (3.1.51) pode-se obter a componente da densidade de fluxo magnético, na superfície do rotor, devido às correntes de estator:

$$B_{RS}(\beta, \varepsilon, t) = k \frac{N_S \mu_0}{4h} [\underline{i}_S(t) e^{-j(\beta+\varepsilon)} + \underline{i}_S^*(t) e^{j(\beta+\varepsilon)}] \quad (3.1.64)$$

A componente da densidade de fluxo magnético devido às próprias correntes de rotor não causa forças tangenciais, já que não há torque de relutância devido às idealizações consideradas que se assume entreferro uniforme, rotor de polos lisos.

A distribuição de corrente ( $a_R(\beta, t)$ ), ao longo da circunferência do rotor, pode ser definida como a derivada espacial dos ampères-espiras de rotor, já que a posição angular dessa grandeza depende do valor instantâneo da corrente de rotor que atravessa seu contorno.

$$a_R(\beta, t) = \frac{1}{2} \frac{\partial \theta_R(\beta, t)}{\partial (r \beta)} = -j \frac{N_R}{4r} [\underline{i}_R(t) e^{-j\beta} - \underline{i}_R^*(t) e^{j\beta}] \quad (3.1.65)$$

A força tangencial que age em um trecho axial da superfície do rotor de comprimento  $r d\beta$ , pode ser representada da seguinte maneira:

$$df = -B_{RS}(\beta, \varepsilon, t) a_R(\beta, t) l r d\beta \quad (3.1.66)$$

O sinal negativo na expressão acima pode ser observado na figura 3.1.7 em que o vetor  $df$  se encontra no sentido contrário daquele estipulado pela Lei de Lorentz na equação (3.1.63).

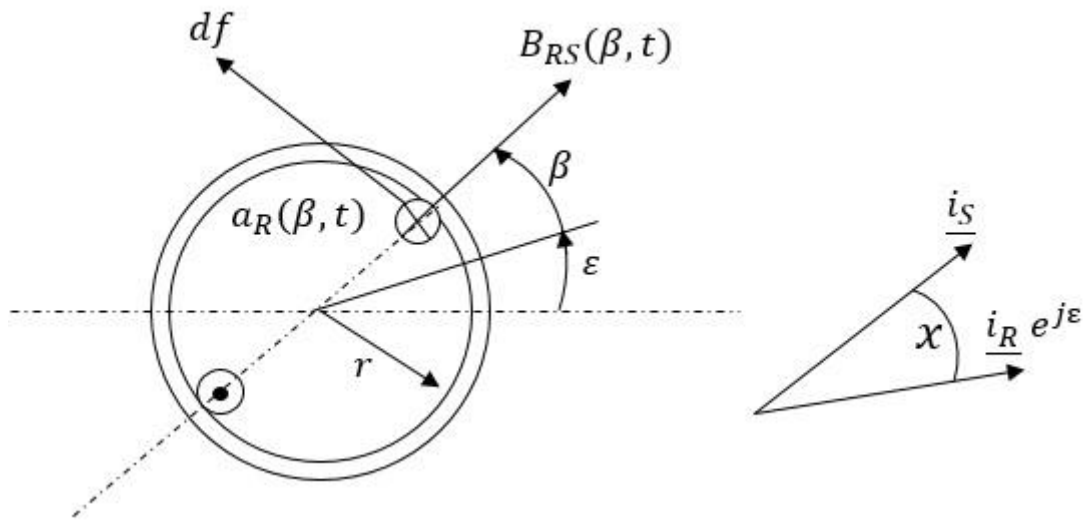


Figura 3.1.7 – Distribuição de corrente do rotor e torque.

A equação (3.1.66) pode ser melhor visualizada com o auxílio da figura 3.1.8.

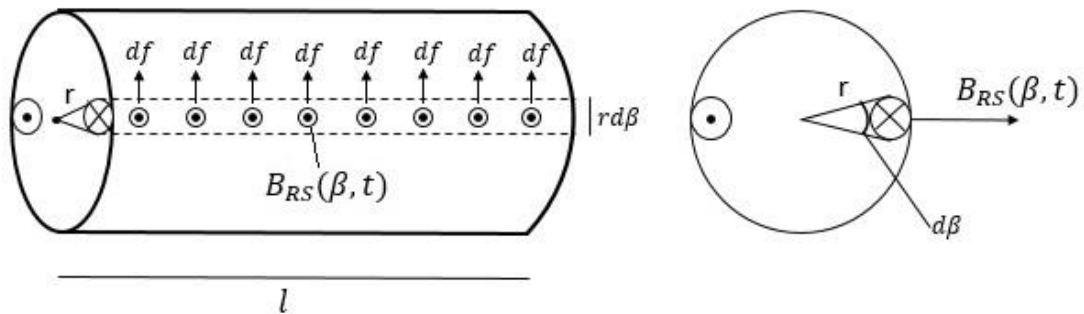


Figura 3.1.8 – Visualização das componentes da força tangencial.

O torque elétrico pode ser deduzido através da integração, na circunferência completa, do produto entre a força tangencial ( $df$ ) e o braço de alavanca ( $r$ ).

$$m_M(t) = r \int_F df = -r^2 l \int_0^{2\pi} B_{RS}(\beta, \varepsilon, t) a_R(\beta, t) d\beta \quad (3.1.67)$$

Substituindo-se as equações (3.1.64) e (3.1.65) em (3.1.67), obtém-se:

$$m_M(t) = -\frac{M}{6\pi j} \int_0^{2\pi} [\underline{i}_s e^{-j(\beta+\varepsilon)} + \underline{i}_s^* e^{j(\beta+\varepsilon)}][\underline{i}_R e^{-j\beta} - \underline{i}_R^* e^{j\beta}] d\beta \quad (3.1.68)$$

Equivalentemente:

$$m_M(t) = -\frac{M}{6\pi j} \int_0^{2\pi} [\underline{i}_s \underline{i}_R e^{-j2\beta} e^{-j\varepsilon} - \underline{i}_s \underline{i}_R^* e^{-j\varepsilon} + \underline{i}_s^* \underline{i}_R e^{j\varepsilon} - \underline{i}_s^* \underline{i}_R^* e^{j2\beta} e^{j\varepsilon}] d\beta \quad (3.1.69)$$

Integrando-se os dois termos da equação (3.1.69), contendo  $\beta$ , os mesmos se cancelam. Essa dedução pode ser vista a seguir:

Através da teoria de cálculo integral, utilizando-se o método de integração por substituição obtém-se:

$$\int_0^{2\pi} [\underline{i}_s \underline{i}_R e^{-j2\beta} e^{-j\varepsilon}] d\beta = -\frac{\underline{i}_s \underline{i}_R e^{-j\varepsilon}}{2j} \int [e^u] du \quad (3.1.70)$$

Em que:

$$u = -j2\beta \quad (3.1.71)$$

E

$$\frac{du}{d\beta} = -2j \quad (3.1.72)$$

Assim:

$$d\beta = \frac{du}{-2j} \quad (3.1.73)$$

A resolução da integral resulta em:

$$\int_0^{2\pi} [\underline{i}_s \underline{i}_R e^{-j2\beta} e^{-j\varepsilon}] d\beta = -\frac{\underline{i}_s \underline{i}_R e^{-j\varepsilon}}{2j} (e^{-4\pi j} - 1) \quad (3.1.74)$$



Expandindo-se a equação (3.1.74):

$$\int_0^{2\pi} [\underline{i}_S \underline{i}_R e^{-j2\beta} e^{-j\varepsilon}] d\beta = -\frac{i_S e^{j\zeta} i_R e^{j\xi} e^{-j\varepsilon} e^{-4\pi j}}{2j} + \frac{i_S e^{j\zeta} i_R e^{j\xi} e^{-j\varepsilon}}{2j} \quad (3.1.75)$$

Em que o ângulo  $\xi$  refere-se à posição do vetor espacial girante de corrente do rotor com relação ao eixo girante do rotor.

Resolve-se então, semelhantemente, a integral do segundo termo contendo  $\beta$ :

$$\int_0^{2\pi} [\underline{i}_S^* \underline{i}_R^* e^{j2\beta} e^{j\varepsilon}] d\beta = \frac{i_S^* i_R^* e^{j\varepsilon}}{2j} \int [e^u] du \quad (3.1.76)$$

Obtém-se:

$$\int_0^{2\pi} [\underline{i}_S^* \underline{i}_R^* e^{j2\beta} e^{j\varepsilon}] d\beta = \frac{i_S^* i_R^* e^{j\varepsilon}}{2j} (e^{4\pi j} - 1) \quad (3.1.77)$$

Expandindo-se a equação (3.1.77) e atentando-se para o sinal negativo antes da expressão integrada na equação original (3.1.69):

$$-\int_0^{2\pi} [\underline{i}_S^* \underline{i}_R^* e^{j2\beta} e^{j\varepsilon}] d\beta = -\frac{i_S e^{-j\zeta} i_R e^{-j\xi} e^{j\varepsilon} e^{4\pi j}}{2j} + \frac{i_S e^{-j\zeta} i_R e^{-j\xi} e^{j\varepsilon}}{2j} \quad (3.1.78)$$

Somando-se os lados direitos das equações (3.1.75) com (3.1.78):

$$\begin{aligned} & -\frac{i_S e^{j\zeta} i_R e^{j\xi} e^{-j\varepsilon} e^{-4\pi j}}{2j} + \frac{i_S e^{j\zeta} i_R e^{j\xi} e^{-j\varepsilon}}{2j} - \frac{i_S e^{-j\zeta} i_R e^{-j\xi} e^{j\varepsilon} e^{4\pi j}}{2j} \\ & + \frac{i_S e^{-j\zeta} i_R e^{-j\xi} e^{j\varepsilon}}{2j} \quad (3.1.79) \end{aligned}$$

Equivalentemente:

$$\frac{-i_S i_R e^{j(\zeta+\xi-\varepsilon-4\pi)} - i_S i_R e^{-j(\zeta+\xi-\varepsilon-4\pi)}}{2j} + \frac{i_S i_R e^{j(\zeta+\xi-\varepsilon)} + i_S i_R e^{-j(\zeta+\xi-\varepsilon)}}{2j} \quad (3.1.80)$$

Expandindo-se em senos e cossenos:

$$\begin{aligned} & \frac{-i_S i_R}{2j} [\cos(\zeta + \xi - \varepsilon - 4\pi) + j\text{sen}(\zeta + \xi - \varepsilon - 4\pi) + \cos(\zeta + \xi - \varepsilon - 4\pi) \\ & \quad - j\text{sen}(\zeta + \xi - \varepsilon - 4\pi)] \\ & + \frac{i_S i_R}{2j} [\cos(\zeta + \xi - \varepsilon) + j\text{sen}(\zeta + \xi - \varepsilon) \cos(\zeta + \xi - \varepsilon) - j\text{sen}(\zeta + \xi - \varepsilon)] \quad (3.1.81) \end{aligned}$$

Na equação (3.1.81) os senos de cada termo se anulam, enquanto os cossenos de cada termo se somam. Além disso sabe-se que:

$$\cos(\alpha) = \frac{1}{2}(e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}) \quad (3.1.82)$$

Logo (3.1.81) torna-se:

$$\frac{i_S i_R}{2j} 2\cos(\zeta + \xi - \varepsilon) - \frac{i_S i_R}{2j} 2\cos(\zeta + \xi - \varepsilon - 4\pi) \quad (3.1.83)$$

Aplicando-se (3.1.82) em (3.1.83):

$$\frac{i_S i_R}{2j} (e^{j(\zeta+\xi-\varepsilon)} + e^{-j(\zeta+\xi-\varepsilon)}) - \frac{i_S i_R}{2j} (e^{j(\zeta+\xi-\varepsilon-4\pi)} + e^{-j(\zeta+\xi-\varepsilon-4\pi)}) \quad (3.1.84)$$

A expressão (3.1.84) pode ser reescrita como:

$$\frac{i_S i_R}{2j} [e^{j(\zeta+\xi-\varepsilon)}(1 - e^{-j4\pi})] + \frac{i_S i_R}{2j} [e^{-j(\zeta+\xi-\varepsilon)}(1 - e^{-j4\pi})] \quad (3.1.85)$$

De (3.1.85):

$$e^{-j4\pi} = \cos 4\pi - j\text{sen} 4\pi = 1 \quad (3.1.86)$$

Logo:

$$1 - e^{-j4\pi} = 0 \quad (3.1.87)$$

Então torna-se claro que os termos da equação (3.1.69), contendo  $\beta$ , se cancelam. Por fim a equação (3.1.69) fica:

$$m_M(t) = \frac{M}{3\pi} \int_0^{2\pi} \frac{i_S i_R^* e^{-j\varepsilon} - i_S^* i_R e^{j\varepsilon}}{2j} d\beta \quad (3.1.88)$$

Resolvendo-se a integral, obtém-se:

$$m_M(t) = \frac{2M}{3} \frac{\underline{i_S} \underline{i_R}^* e^{-j\varepsilon} - \underline{i_S}^* \underline{i_R} e^{j\varepsilon}}{2j} \quad (3.1.89)$$

Equivalentemente:

$$m_M(t) = \frac{2M}{3} \frac{i_S e^{j\zeta} i_R e^{-j\xi} e^{-j\varepsilon} - i_S e^{-j\zeta} i_R e^{j\xi} e^{j\varepsilon}}{2j} \quad (3.1.90)$$

A equação (3.1.90) pode ser reescrita como:

$$m_M(t) = \frac{2M}{3} \frac{i_S i_R e^{j\zeta - j\xi - j\varepsilon} - i_S i_R e^{-(j\zeta - j\xi - j\varepsilon)}}{2j} \quad (3.1.90)$$

Sabe-se que:

$$e^{j\alpha} = \cos(\alpha) + j \operatorname{sen}(\alpha) \quad (3.1.91)$$

E

$$e^{-j\alpha} = \cos(\alpha) - j \operatorname{sen}(\alpha) \quad (3.1.92)$$

Portanto,

$$\cos(\alpha) = e^{j\alpha} - j \operatorname{sen}(\alpha) \quad (3.1.93)$$

E

$$\cos(\alpha) = e^{-j\alpha} + j \operatorname{sen}(\alpha) \quad (3.1.94)$$

Igualando-se (3.1.75) e (3.1.76), obtém-se:

$$\operatorname{sen}(\alpha) = \frac{1}{2j} (e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}) \quad (3.1.95)$$

Reescrevendo-se a equação (3.1.90):

$$m_M(t) = \frac{2M}{3} (i_S i_R) \frac{e^{j\zeta - j\xi - j\varepsilon} - e^{-(j\zeta - j\xi - j\varepsilon)}}{2j} \quad (3.1.96)$$

Aplicando-se a equação (3.1.95) na equação (3.1.96):

$$m_M(t) = \frac{2M}{3} (i_S i_R) \text{sen}(\zeta - \xi - \varepsilon) \quad (3.1.97)$$

Equivalentemente:

$$m_M(t) = \frac{2M}{3} \text{Im} \left[ \underline{i}_S (\underline{i}_R e^{j\varepsilon})^* \right] \quad (3.1.98)$$

O termo imaginário na equação (3.1.98) pode ser entendido como sendo equivalente à um produto vetorial entre os dois termos da corrente e o seno da defasagem angular entre eles, conforme pode ser visto na figura 3.1.8.

Assumindo-se  $N_S = N_R$  e introduzindo-se os valores de indutância de dispersão como as grandezas sigma, obtém-se:

$$L_S = (1 + \sigma_S)L_0 \quad , \quad L_R = (1 + \sigma_R)L_0 \quad e \quad M = L_0 \quad (3.1.99)$$

Em que  $L_0$  representa a indutância própria.

Finalmente conforme descrito por [2] chega-se as quatro equações que descrevem o modelo matemático completo de uma máquina de corrente alternada, simétrica, duplamente alimentada com momento de inércia ( $J$ ) e carga mecânica ( $m_L$ ):

$$\underline{u}_S(t) = R_S \underline{i}_S + L_S \frac{d\underline{i}_S}{dt} + L_0 \frac{d}{dt} (\underline{i}_R e^{j\varepsilon}) \quad (3.1.100)$$

$$\underline{u}_R(t) = R_R \underline{i}_R + L_R \frac{d\underline{i}_R}{dt} + L_0 \frac{d}{dt} (\underline{i}_S e^{-j\varepsilon}) \quad (3.1.101)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = m_M(t) - m_L(t) = \frac{2}{3} L_0 \text{Im} \left[ \underline{i}_S (\underline{i}_R e^{j\varepsilon})^* \right] - m_L(\varepsilon, \omega, t) \quad (3.1.102)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \omega \quad (3.1.103)$$

### 3.2. Operação de uma máquina de indução alimentada com tensões simétricas trifásicas

Analogamente como descrito no capítulo 3.1 deste trabalho, um sistema simétrico trifásico de tensões tendo a velocidade angular  $\omega_1$  (frequência síncrona), pode ser definido, através da notação complexa, da seguinte maneira:

$$u_{s1}(t) = \sqrt{2}U_S \cos(\omega_1 t - \tau_1) \quad (3.2.1)$$

Sabe-se que:

$$e^{j\alpha} = \cos(\alpha) + j \operatorname{sen}(\alpha) \quad e \quad e^{-j\alpha} = \cos(\alpha) - j \operatorname{sen}(\alpha) \quad (3.2.2)$$

Portanto,

$$j \operatorname{sen}(\alpha) = e^{j\alpha} - \cos(\alpha) \quad e \quad j \operatorname{sen}(\alpha) = \cos(\alpha) - e^{-j\alpha} \quad (3.2.3)$$

Igualando-se as equações (3.2.3):

$$\cos(\alpha) = \frac{1}{2}(e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}) \quad (3.2.4)$$

Assim a equação (3.2.1), torna-se:

$$u_{s1}(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \underline{U}_S e^{j\omega_1 t} + \underline{U}_S^* e^{-j\omega_1 t} \right) \quad (3.2.5)$$

Em que:

$$\underline{U}_S = U_S e^{j\tau_1} \quad (3.2.6)$$

Definindo-se:

$$u_{s2}(t) = u_{s1}\left(t - \frac{\gamma}{\omega_1}\right) \quad (3.2.7)$$

E

$$u_{s3}(t) = u_{s1}\left(t - \frac{2\gamma}{\omega_1}\right) \quad (3.2.8)$$

Obtém-se, analogamente, à dedução de  $u_{s1}(t)$ :

$$u_{s2}(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \underline{U}_S e^{j(\omega_1 t - \gamma)} + \underline{U}_S^* e^{-j(\omega_1 t - \gamma)} \right) \quad (3.2.9)$$

Como também:

$$u_{s3}(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \underline{U}_S e^{j(\omega_1 t - 2\gamma)} + \underline{U}_S^* e^{-j(\omega_1 t - 2\gamma)} \right) \quad (3.2.10)$$

O vetor de corrente de estator  $\underline{u}_s(t)$  é definido como:

$$\underline{u}_s(t) = u_{s1}(t) + u_{s2}(t)e^{j\gamma} + u_{s3}(t)e^{j2\gamma} \quad (3.2.11)$$

Substituindo-se (3.2.5), (3.2.9) e (3.2.10) em (3.2.11) obtém-se:

$$\underline{u}_s(t) = \frac{3\sqrt{2}}{2} \underline{U}_S e^{j\omega_1 t} \quad (3.2.12)$$

As correntes de estator formam, da mesma maneira, um sistema simétrico trifásico, e através da notação complexa, obtém-se:

$$\underline{i}_s(t) = \frac{3\sqrt{2}}{2} \underline{I}_S e^{j\omega_1 t} \quad (3.2.13)$$

Uma definição semelhante pode ser obtida para as correntes do rotor que oscilam na frequência de escorregamento ( $\omega_2 = \omega_1 - \omega$ ), com relação ao eixo do rotor.

$$i_{R1}(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \underline{I}_S e^{j(\omega_1 - \omega)t} + \underline{I}_S^* e^{-j(\omega_1 - \omega)t} \right) \quad (3.2.14)$$

Novamente através da definição de um vetor espacial complexo, obtém-se:

$$\underline{i}_R(t) = \frac{3\sqrt{2}}{2} \underline{I}_R e^{j(\omega_1 - \omega)t} \quad (3.2.15)$$

Sobreposto a frequência de oscilação das correntes de rotor, e conseqüentemente a velocidade de giro do vetor espacial definido na equação (3.2.15), está a velocidade de giro do rotor. Portanto a corrente de rotor na referência do estator se torna:

$$\underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon(t)} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \underline{I}_R e^{j\omega_1 t} \quad (3.2.16)$$

Em que  $\varepsilon = \omega t$ .

Assim a corrente de rotor sobreposta ao giro do rotor gira em sincronismo com a corrente de estator. Isso é um pré-requisito necessário para a obtenção de um torque elétrico constante.

Ao substituir-se as equações (3.2.12), (3.2.13) e (3.2.16) nas equações (3.1.100) e (3.1.101), obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{2}}{2} \underline{U}_S e^{j\omega_1 t} = R_S \left( \frac{3\sqrt{2}}{2} \underline{I}_S e^{j\omega_1 t} \right) + L_S \left( j\omega_1 \frac{3\sqrt{2}}{2} \underline{I}_S e^{j\omega_1 t} \right) \\ + L_0 \left( j\omega_1 \frac{3\sqrt{2}}{2} \underline{I}_R e^{j\omega_1 t} \right) \end{aligned} \quad (3.2.17)$$

Equivalentemente:

$$\underline{U}_S = R_S \underline{I}_S + j\omega_1 L_S \underline{I}_S + j\omega_1 L_0 \underline{I}_R \quad (3.2.18)$$

Acrescentando-se a equação (3.1.99):

$$\underline{U}_S = R_S \underline{I}_S + j\omega_1 \underline{I}_S (L_0 + \sigma_S L_0) + j\omega_1 L_0 \underline{I}_R \quad (3.2.19)$$

Finalmente:

$$\underline{U}_S = \underline{I}_S (R_S + j\omega_1 \sigma_S L_0) + j\omega_1 L_0 (\underline{I}_S + \underline{I}_R) \quad (3.2.20)$$

Observa-se que as equações diferenciais transformaram-se em equações algébricas.

Da mesma maneira pode-se obter a equação relacionada ao circuito do rotor:

$$0 = \underline{I}_R (R_R + j\omega_2 \sigma_R L_0) + j\omega_2 L_0 (\underline{I}_S + \underline{I}_R) \quad (3.2.21)$$

Define-se o escorregamento como:

$$S = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1} \quad (3.2.22)$$

Aplicando-se (3.2.22) em (3.2.21):

$$0 = \underline{I}_R \left( \frac{R_R}{S} + j\omega_1 \sigma_R L_0 \right) + j\omega_1 L_0 (\underline{I}_S + \underline{I}_R)$$

Ou

$$\frac{R_R}{S} \underline{I}_R + j\omega_1 L_0 (1 + \sigma_R) \underline{I}_R + j\omega_1 L_0 \underline{I}_S = 0 \quad (3.2.23)$$

Através da teoria de circuitos elétricos e das equações (3.2.20) e (3.2.23) chega-se ao circuito equivalente que representa a máquina de indução. Esse circuito pode ser observado na figura 3.2.1.

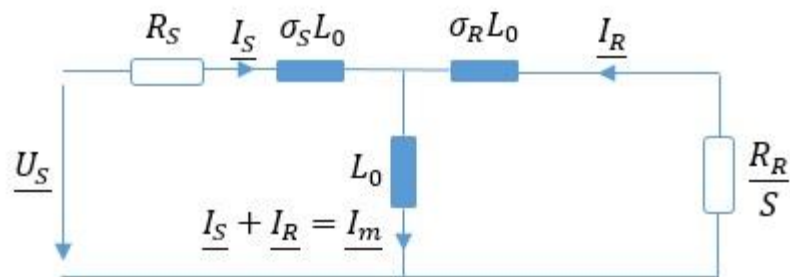


Figura 3.2.1 – Circuito equivalente para uma máquina de indução.

No circuito equivalente representado na figura 3.2.1 nota-se que o trecho central, em que flui a corrente de magnetização, estão representadas somente as indutâncias mútuas de rotor e estator, as indutâncias de dispersão estão divididas nas outras duas indutâncias do circuito.



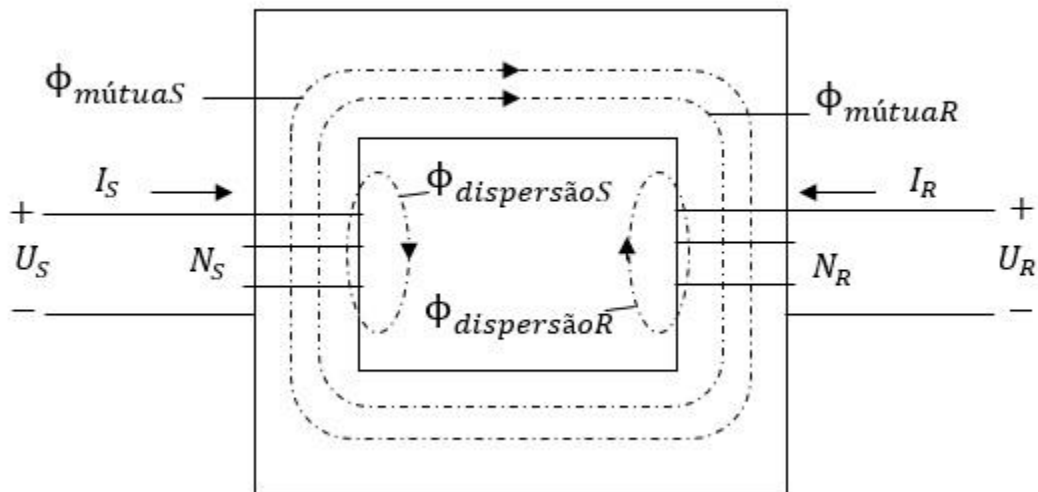


Figura 3.2.2 – Representação dos diversos fluxos presentes em uma máquina.

Na figura 3.2.2 pode-se perceber que o fluxo concatenado de estator ( $\underline{\Psi}_S(t)$ ) é definido pelos três fluxos que atravessam os enrolamentos do estator, ou seja, os fluxos produzidos pelas correntes de estator e rotor ( $\Phi_{mútua\ S}$ ,  $\Phi_{mútua\ R}$ ) e o fluxo de dispersão do estator ( $\Phi_{dispersão\ S}$ ), também produzido pelas correntes de estator. Dessa forma pode-se definir um novo circuito equivalente, em que no trecho central circula a nova corrente de magnetização ( $\underline{i}_{mS}$ ), referente aos três fluxos que atravessam os enrolamentos de estator. Dessa maneira, essa nova corrente será equivalente ao fluxo concatenado de estator. Na figura 3.2.3 pode-se observar o novo circuito equivalente.

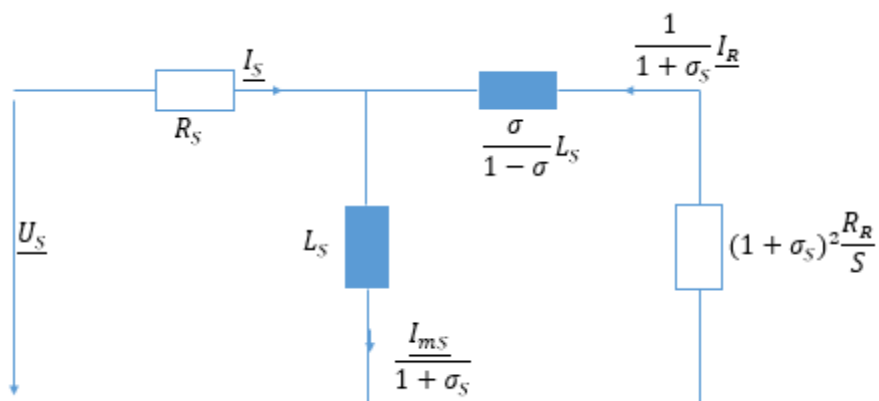


Figura 3.2.3 – Circuito equivalente alternativo para uma máquina de indução.

No circuito da figura 3.2.3 define-se:

$$\sigma = 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_S)(1 + \sigma_R)} \quad (3.2.24)$$

A equação acima define o fator total de dispersão da máquina.

Na figura 3.2.3 a corrente  $\underline{i}_{mS}$  pode ser definida como:

$$\underline{i}_{mS} = (1 + \sigma_S)\underline{i}_S + \underline{i}_R e^{j\varepsilon} = i_{mS}(t)e^{j\mu(t)} \quad (3.2.25)$$

Como citado anteriormente, essa corrente corresponde ao fluxo concatenado do estator ( $\underline{\Psi}_S(t)$ ), isto é, a posição do vetor girante  $\underline{i}_{mS}$  é idêntica àquela do vetor girante  $\underline{\Psi}_S(t)$ . Essa posição é definida pelo ângulo  $\mu(t)$  com relação ao eixo estático dos enrolamentos de estator de fase 1.

### 3.3. Controle através da orientação do fluxo de estator de uma máquina de indução duplamente alimentada

Através das equações (3.1.100) e (3.1.99), chega-se a

$$\underline{u}_S(t) = R_S \underline{i}_S + L_0 \frac{d}{dt} [(1 + \sigma_S)\underline{i}_S + \underline{i}_R e^{j\varepsilon}] \quad (3.3.1)$$

Em que

$$\underline{i}_{mS} = (1 + \sigma_S)\underline{i}_S + \underline{i}_R e^{j\varepsilon} = i_{mS}(t)e^{j\mu(t)} \quad (3.3.2)$$

Reescreve-se então a equação descrita anteriormente para o torque mecânico em uma máquina de corrente alternada:

$$m_M(t) = \frac{2}{3} L_0 \text{Im} [i_S (i_R e^{j\varepsilon})^*] \quad (3.3.3)$$

Através da teoria de circuitos magnéticos descrita por [3]:

$$\Psi = Li \quad (3.3.4)$$

Portanto através da equação acima e da inspeção da figura 3.2.3, obtém-se:

$$\begin{aligned}\underline{\Psi}_S(t) &= L_S \frac{\underline{i}_{mS}(t)}{(1 + \sigma_S)} = L_0 \underline{i}_{mS}(t) = L_0 i_{mS}(t) \\ &= L_0 \left[ \underline{i}_R(t) e^{j\varepsilon} + (1 + \sigma_S) \underline{i}_S(t) \right] \quad (3.3.5)\end{aligned}$$

A equação (3.3.2) pode ser reescrita como:

$$\underline{i}_S(t) = \frac{\underline{i}_{mS}(t) - \underline{i}_R(t) e^{j\varepsilon}}{(1 + \sigma_S)} \quad (3.3.6)$$

Substituindo-se (3.3.2) e (3.3.6) em (3.3.1), obtém-se:

$$\underline{u}_S(t) = R_S \left( \frac{\underline{i}_{mS}(t) - \underline{i}_R(t) e^{j\varepsilon}}{(1 + \sigma_S)} \right) + L_0 \frac{d}{dt} \underline{i}_{mS} \quad (3.3.7)$$

Equivalentemente

$$\underline{u}_S(t) = \frac{R_S}{(1 + \sigma_S)} \left( \underline{i}_{mS}(t) - \underline{i}_R(t) e^{j\varepsilon} \right) + \frac{L_S}{(1 + \sigma_S)} \frac{d}{dt} \underline{i}_{mS} \quad (3.3.8)$$

Isto é,

$$\underline{u}_S(t)(1 + \sigma_S) = R_S \left( \underline{i}_{mS}(t) - \underline{i}_R(t) e^{j\varepsilon} \right) + L_S \frac{d}{dt} \underline{i}_{mS} \quad (3.3.8)$$

Dividindo-se os dois lados por  $R_S$

$$\frac{\underline{u}_S(t)(1 + \sigma_S)}{R_S} = \left( \underline{i}_{mS}(t) - \underline{i}_R(t) e^{j\varepsilon} \right) + \frac{L_S}{R_S} \frac{d}{dt} \underline{i}_{mS} \quad (3.3.9)$$

Ou seja,

$$\frac{\underline{u}_S(t)(1 + \sigma_S)}{R_S} = \left( \underline{i}_{mS}(t) - \underline{i}_R(t) e^{j\varepsilon} \right) + T_S \frac{d}{dt} \underline{i}_{mS} \quad (3.3.10)$$

Em que  $T_S = \frac{L_S}{R_S}$ , assim

$$\frac{\underline{u}_S(t)(1 + \sigma_S)}{R_S} + \underline{i}_R(t) e^{j\varepsilon} = \underline{i}_{mS}(t) + T_S \frac{d}{dt} \underline{i}_{mS} \quad (3.3.11)$$

Substituindo-se (3.3.6) em (3.3.3), obtém-se:

$$m_M(t) = \frac{2}{3} \frac{L_0}{1 + \sigma_S} \text{Im} \left[ (\underline{i}_{mS}(t) - \underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon})(\underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon})^* \right] \quad (3.3.12)$$

Como:

$$\begin{aligned} \underline{i}_R(-\underline{i}_R^*) &= i_R * i_R [(\cos\theta + j\text{sen}\theta)(-\cos\theta + j\text{sen}\theta)] = -i_R * i_R(\cos^2\theta + \text{sen}^2\theta) \\ &= -i_R^2 \quad (3.3.13) \end{aligned}$$

Esse produto não contém parte imaginária. Assim:

$$m_M(t) = \frac{2}{3} \frac{L_0}{1 + \sigma_S} \text{Im} \left[ \underline{i}_{mS}(t)(\underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon})^* \right] \quad (3.3.14)$$

Além disso sabe-se que:

$$L_R = (1 + \sigma_R)L_0 \quad (3.3.15)$$

Como também:

$$(1 - \sigma) = 1 - \left(1 - \frac{1}{(1 + \sigma_S)(1 + \sigma_R)}\right) = \frac{1}{(1 + \sigma_S)(1 + \sigma_R)} \quad (3.3.16)$$

Então:

$$(1 - \sigma)L_R = \frac{L_0}{(1 + \sigma_S)} \quad (3.3.17)$$

Inserindo-se a equação (3.3.17) na equação (3.3.14), obtém-se:

$$m_M(t) = \frac{2}{3} (1 - \sigma)L_R \text{Im} \left[ \underline{i}_{mS}(t)(\underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon})^* \right] \quad (3.3.18)$$

Equivalentemente

$$m_M(t) = \frac{2}{3}(1 - \sigma)L_R \text{Im}[i_{mS}(t)e^{j\mu(t)}i_R(t) e^{-j\xi} e^{-j\varepsilon}] \quad (3.3.19)$$

Logo:

$$m_M(t) = \frac{2}{3}(1 - \sigma)L_R i_{mS} i_R \text{sen}(\mu - \xi - \varepsilon) \quad (3.3.20)$$

Equivalentemente

$$m_M(t) = -\frac{2}{3}(1 - \sigma)L_R i_{mS} i_R \text{sen}(\xi + \varepsilon - \mu) \quad (3.3.21)$$

Definindo-se:

$$\delta = \xi + \varepsilon - \mu \quad (3.3.22)$$

Então:

$$m_M(t) = -\frac{2}{3}(1 - \sigma)L_R i_{mS} i_R \text{sen}\delta \quad (3.3.23)$$

Em que:

$$\underline{i}_R e^{j(\varepsilon - \mu)} = i_R e^{j(\xi + \varepsilon - \mu)} = i_R e^{j\delta} = i_R \cos\delta + j i_R \text{sen}\delta = i_{Rd} + j i_{Rq} \quad (3.4.24)$$

Dessa forma o ângulo  $\delta$  refere-se à posição angular do vetor de corrente de rotor com relação ao sistema de referência girante que é definido pela posição do vetor de fluxo do estator.

Dessa forma

$$m_M(t) = -\frac{2}{3}(1 - \sigma)L_R i_{mS} i_{Rq} \quad (3.3.25)$$

Simplificando-se

$$m_M(t) = k i_{mS} i_{Rq} \quad (3.3.26)$$

Em que:

$$k = -\frac{2}{3}(1 - \sigma)L_R \quad (3.3.27)$$

Os ângulos definidos acima podem ser melhor visualizados na figura 3.3.1.

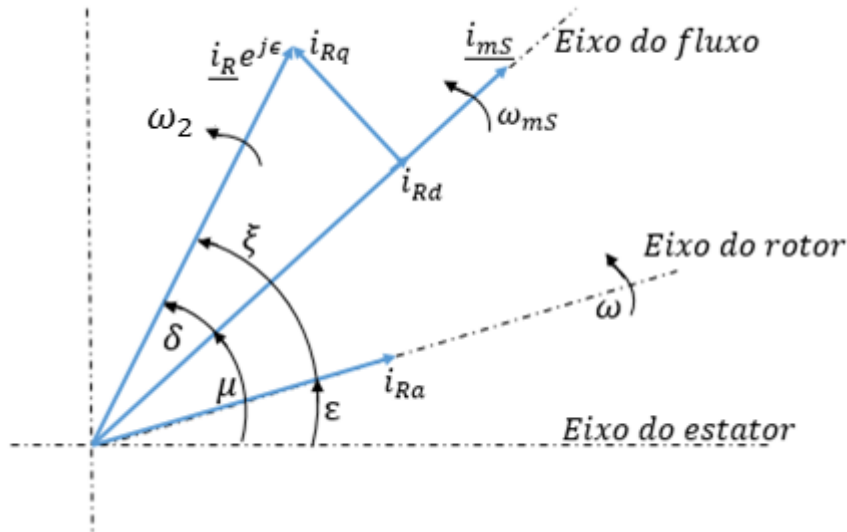


Figura 3.3.1 – Relações angulares entre os vetores de corrente.

As velocidades angulares referentes aos ângulos da figura acima são:

$$\frac{d\xi}{dt} = \omega_2 \quad , \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = \omega \quad , \quad \frac{d\mu}{dt} = \omega_{mS} \quad (3.3.28)$$

Portanto o controle através da orientação no eixo do fluxo do estator, consiste em orientar o eixo d, do sistema de coordenadas girante (dq), no eixo do fluxo do estator. O eixo do fluxo do estator gira com velocidade  $\omega_{mS}$  com relação ao eixo estacionário dos enrolamentos 1 do estator, ou seja, gira na velocidade síncrona. Este eixo gira com velocidade  $\omega_{mS} - \omega = \omega_2$  (na frequência de escorregamento) com relação ao eixo do rotor, isto é, gira na mesma velocidade que o vetor espacial girante de corrente de rotor, com relação ao eixo do rotor. Por isso, o ângulo de entrada para a transformada dq é o ângulo  $\mu - \varepsilon$ . Dessa forma, as componentes d e q da corrente do rotor são componentes CC em regime permanente.

Substituindo-se (3.3.6) e (3.3.2) em (3.3.1), obtém-se:

$$\underline{u}_S(t) = \frac{R_S}{(1 + \sigma_S)} (\underline{i}_{mS}(t) - \underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon}) + L_0 \frac{d}{dt} (i_{mS}e^{j\mu}) \quad (3.3.29)$$

Equivalentemente:

$$\underline{u}_S(t) = \frac{R_S}{(1 + \sigma_S)} (\underline{i}_{mS}(t) - \underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon}) + L_0 (i_{mS} \frac{de^{j\mu}}{dt} + e^{j\mu} \frac{di_{mS}}{dt}) \quad (3.3.30)$$

Resolvendo-se a equação acima:

$$\underline{u}_S(t) = \frac{R_S}{(1 + \sigma_S)} (\underline{i}_{mS}(t) - \underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon}) + jL_0\omega_{mS}i_{mS}e^{j\mu} + L_0e^{j\mu} \frac{di_{mS}}{dt} \quad (3.3.31)$$

Logo:

$$\frac{R_S}{(1 + \sigma_S)} (\underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon} - \underline{i}_{mS}(t)) = -\underline{u}_S(t) + jL_0\omega_{mS}i_{mS}e^{j\mu} + L_0e^{j\mu} \frac{di_{mS}}{dt} \quad (3.3.32)$$

Então:

$$\underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon} = \underline{i}_{mS}(t) - \frac{(1 + \sigma_S)}{R_S} \underline{u}_S(t) + j \frac{L_S}{R_S} \omega_{mS}i_{mS}e^{j\mu} + \frac{L_S}{R_S} e^{j\mu} \frac{di_{mS}}{dt} \quad (3.3.33)$$

Define-se:

$$T_S = \frac{(1 + \sigma_S)L_0}{R_S} = \frac{L_S}{R_S} \quad (3.3.34)$$

Assim,

$$\underline{i}_R(t)e^{j\varepsilon} = i_{mS}e^{j\mu} - \frac{(1 + \sigma_S)}{R_S} \underline{u}_S(t) + T_S (j\omega_{mS}i_{mS}e^{j\mu} + e^{j\mu} \frac{di_{mS}}{dt}) \quad (3.3.35)$$

Multiplica-se a equação (3.3.35) por  $e^{-j\mu}$  e obtém-se:

$$\underline{i}_R e^{j(\varepsilon - \mu)} = i_{Rd} + j i_{Rq} = i_{mS} - \frac{(1 + \sigma_S)}{R_S} \underline{u}_S(t) e^{-j\mu} + T_S (j\omega_{mS}i_{mS} + \frac{di_{mS}}{dt}) \quad (3.3.36)$$

Definindo-se:

$$\underline{u}_S(t) = \frac{3\sqrt{2}}{2} U_S e^{j\omega_1 t} \quad (3.3.37)$$

A equação (3.3.36) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \underline{i}_R e^{j(\varepsilon-\mu)} &= i_{Rd} + j i_{Rq} \\ &= i_{ms} - \frac{(1 + \sigma_S)}{R_S} (u_{sd} + j u_{sq}) + T_S (j \omega_{ms} i_{ms} + \frac{di_{ms}}{dt}) \end{aligned} \quad (3.3.38)$$

Em que:

$$u_{sd} = \frac{3\sqrt{2}}{2} U_S \cos(\omega_1 t - \mu) \quad (3.3.39)$$

E

$$u_{sq} = \frac{3\sqrt{2}}{2} U_S \sin(\omega_1 t - \mu) \quad (3.3.40)$$

Decompondo-se a equação (3.3.38) em partes reais e imaginárias:

$$i_{Rd} = i_{ms} - \frac{(1 + \sigma_S)}{R_S} u_{sd} + T_S \frac{di_{ms}}{dt} \quad (3.3.41)$$

Equivalentemente, no domínio de Laplace:

$$I_{ms} = \left( I_{Rd} + \frac{(1 + \sigma_S)}{R_S} U_{sd} \right) \frac{1}{(T_S s + 1)} \quad (3.3.42)$$

E

$$i_{Rq} = -\frac{(1 + \sigma_S)}{R_S} u_{sq} + T_S \omega_{ms} i_{ms} \quad (3.3.43)$$

Equivalentemente:

$$\frac{d\mu}{dt} = \omega_{ms} = (i_{Rq} + \frac{(1 + \sigma_S)}{R_S} u_{sq}) \frac{1}{T_S i_{ms}} \quad (3.3.44)$$

A amplitude do fluxo do estator ( $I_{ms}$ ) é variada através de uma grande constante de tempo ( $T_S$ ), como pode ser observado em (3.3.42), portanto o controle de torque, com uma boa resposta dinâmica, é obtido através da componente de corrente de rotor em quadratura ( $i_{Rq}$ ), considerando-se a equação (3.3.26).



A posição do vetor girante de fluxo de estator pode ser obtida através da integração de  $\frac{d\mu}{dt} = \omega_{ms}$ , conforme a equação (3.3.44). No entanto, existe uma maneira mais simples de se obter esse ângulo, conforme a seguinte equação:

$$\underline{\Psi}_s(t) = \int (\underline{u}_s(t) - R_s \underline{i}_s) dt \quad (3.3.45)$$

Considera-se que a resistência de estator é muito pequena podendo ser considerada desprezível, portanto,

$$\underline{\Psi}_s(t) = \int \underline{u}_s(t) dt \quad (3.3.46)$$

Assim, pode-se obter a posição do vetor girante de fluxo do estator, através da detecção da posição do ângulo do vetor girante de tensão de estator.

Através da equação (3.3.42) pode-se notar que a magnitude do fluxo de estator é, basicamente, definida pela tensão de estator, já que o valor da resistência de estator ( $R_s$ ) é muito pequena. Dessa forma, o controle da componente  $I_{Rd}$  será utilizado para o controle de reativo injetado ou absorvido pelo sistema, como será explicado a seguir.

A equação (3.3.46) pode ser reescrita como:

$$\underline{u}_s(t) = \frac{d\underline{\Psi}_s(t)}{dt} \quad (3.3.47)$$

E em uma máquina operando como gerador:

$$\underline{E}(t) = \underline{u}_s(t) + jL_s \underline{i}_s(t) \quad (3.3.48)$$

Segundo [2] os vetores espaciais girantes de corrente de estator e corrente de rotor podem ser relacionados pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} \underline{I}_s &\approx \underline{I}_{S0} \left[ 1 - \frac{\underline{I}_R}{\underline{I}_{mS}} \right] = \underline{I}_{S0} \left[ 1 - \frac{I_R e^{j(\xi + \varepsilon - \mu)}}{\underline{I}_{mS}} \right] = \underline{I}_{S0} \left[ 1 - \frac{I_R e^{j\delta}}{\underline{I}_{mS}} \right] \\ &= \underline{I}_{S0} \left[ 1 - \frac{I_{Rd}}{\underline{I}_{mS}} - j \frac{I_{Rq}}{\underline{I}_{mS}} \right] \end{aligned} \quad (3.3.49)$$

A equação (3.3.49) pode ser deduzida, através das equações (3.1.99), (3.2.19) e (3.2.25), da seguinte maneira:

Sabe-se que:

$$R_S \underline{I}_S + j\omega_1 L_S \underline{I}_S + j\omega_1 L_0 \underline{I}_R = \underline{U}_{S0}$$

Em que  $\underline{U}_{S0}$  é a tensão de estator para resistência e corrente de estator nulas.

Considerando-se  $R_S$  desprezível, obtém-se:

$$j\omega_1 L_S \underline{I}_S + j\omega_1 L_0 \underline{I}_R = \underline{U}_{S0} \quad (3.3.50)$$

Considerando-se a corrente de rotor a vazão ( $\underline{I}_R = 0$ ), obtém-se:

$$\underline{I}_{S0} = \frac{\underline{U}_{S0}}{j\omega_1 L_S} \quad (3.3.51)$$

Sabe-se que:

$$L_S = (1 + \sigma_S) L_0$$

Portanto,

$$L_0 = \frac{L_S}{(1 + \sigma_S)} \quad (3.3.52)$$

Através da substituição de (3.3.52) em (3.3.50), obtém-se:

$$j\omega_1 L_S \underline{I}_S + j\omega_1 \underline{I}_R \frac{L_S}{(1 + \sigma_S)} = \underline{U}_{S0} \quad (3.3.53)$$

Reescrevendo-se (3.3.53)

$$\underline{I}_S + \frac{\underline{I}_R}{(1 + \sigma_S)} = \frac{\underline{U}_{S0}}{j\omega_1 L_S} \quad (3.3.54)$$

Substituindo-se (3.3.51) em (3.3.54), obtém-se:

$$\underline{I}_S + \frac{\underline{I}_R}{(1 + \sigma_S)} = \underline{I}_{S0} \quad (3.3.55)$$

Reescrevendo-se a equação (3.3.55), obtém-se:

$$\underline{I}_S = \underline{I}_{S0} \left( 1 - \frac{I_R}{\underline{I}_{S0}(1 + \sigma_S)} \right) \quad (3.3.56)$$

A equação (3.3.55) pode, também, ser reescrita como:

$$\underline{I}_S(1 + \sigma_S) + I_R = \underline{I}_{S0}(1 + \sigma_S) \quad (3.3.57)$$

Sabe-se que:

$$\underline{I}_{mS} = (1 + \sigma_S)\underline{I}_S + I_R$$

Assim a equação (3.3.57) se torna:

$$\underline{I}_{mS} = \underline{I}_{S0}(1 + \sigma_S) \quad (3.3.58)$$

Por fim, substituindo-se (3.3.58) em (3.3.56), chega-se à:

$$\underline{I}_S = \underline{I}_{S0} \left( 1 - \frac{I_R}{\underline{I}_{mS}} \right) \quad (3.3.59)$$

Através da equação (3.3.49) nota-se que se variando a componente  $I_{Rd}$ , varia-se a corrente de estator ao longo do eixo real, conforme exibido na figura 3.3.2.

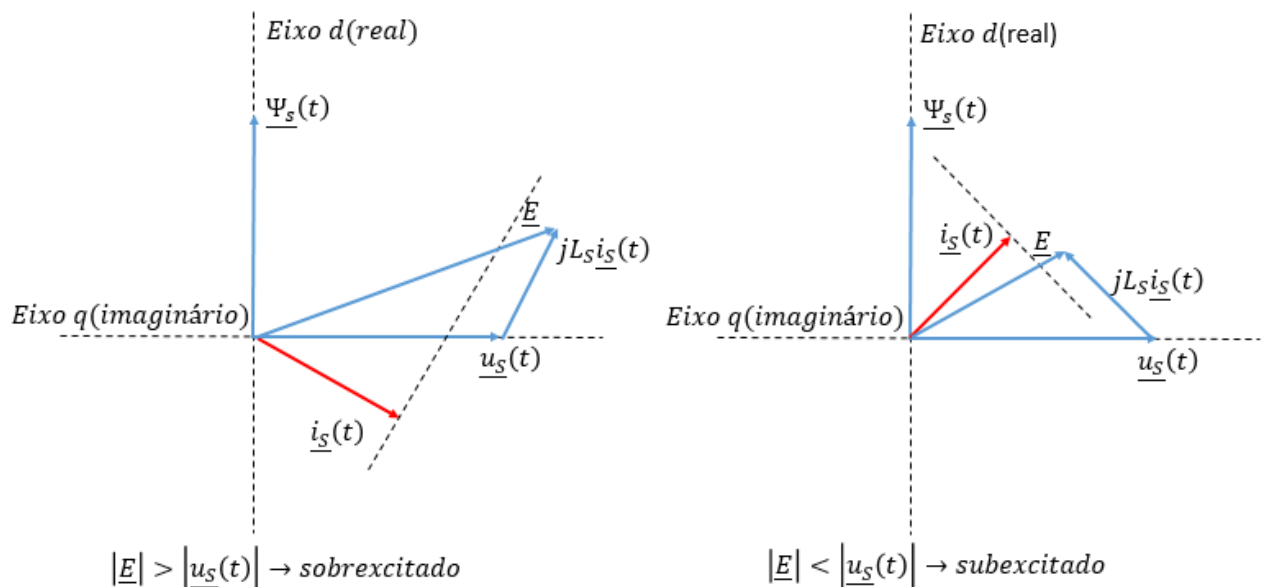


Figura 3.3.2 – Diagramas fasoriais de um gerador.

Através da equação (3.3.47) pode-se perceber que a posição do fasor referente à tensão de estator se encontra sobre o eixo em quadratura, já que a orientação no fluxo do estator faz com que o vetor girante referente a essa grandeza ( $\underline{\Psi}_s(t)$ ) esteja sobre o eixo direto.

Portanto, através da equação (3.3.48) e da figura acima, percebe-se que, ao se variar a corrente de rotor de eixo direto ( $I_{Rd}$ ), o vetor de corrente de estator varia ao longo do eixo real, dessa maneira, se alterando a amplitude da tensão de excitação ( $\underline{E}$ ). Sabe-se, pela análise de sistemas de potência, que a potência reativa flui de pontos com maiores tensões para pontos com menores tensões. Isso pode ser observado na figura 3.3.2 em que dependendo da posição de  $\underline{i}_s(t)$ , o valor resultante da amplitude da tensão de excitação ( $\underline{E}$ ) pode ser maior ou menor que a amplitude da tensão de estator ( $\underline{u}_s(t)$ ), fazendo com que potência reativa possa ser absorvida ou injetada pela máquina.

A componente de corrente de rotor de eixo direto ( $I_{Rd}$ ) pode ser utilizada para se manter o reativo do estator em um valor constante fixo ou então pode ser utilizada em uma malha de controle de tensão.

Uma observação importante na operação da máquina de indução duplamente alimentada é que nas transições entre operações super e sub síncronas a sequência de fase das correntes de rotor se alteram, por conta da mudança de sinal do escorregamento ( $S$ ), dessa forma o rotor inverte o sentido de rotação em relação ao referencial do fluxo conjugado, pelo fato de estar cruzando o nível da velocidade síncrona do mesmo. Além disso essa mesma transição de estados de operação indica instantes em que potência ativa flui do rotor para a rede (super síncrona) e instantes em que potência ativa flui da rede para o rotor (sub síncrona).

Na figura 3.3.3 está exposto o diagrama de blocos completo do controle descrito.

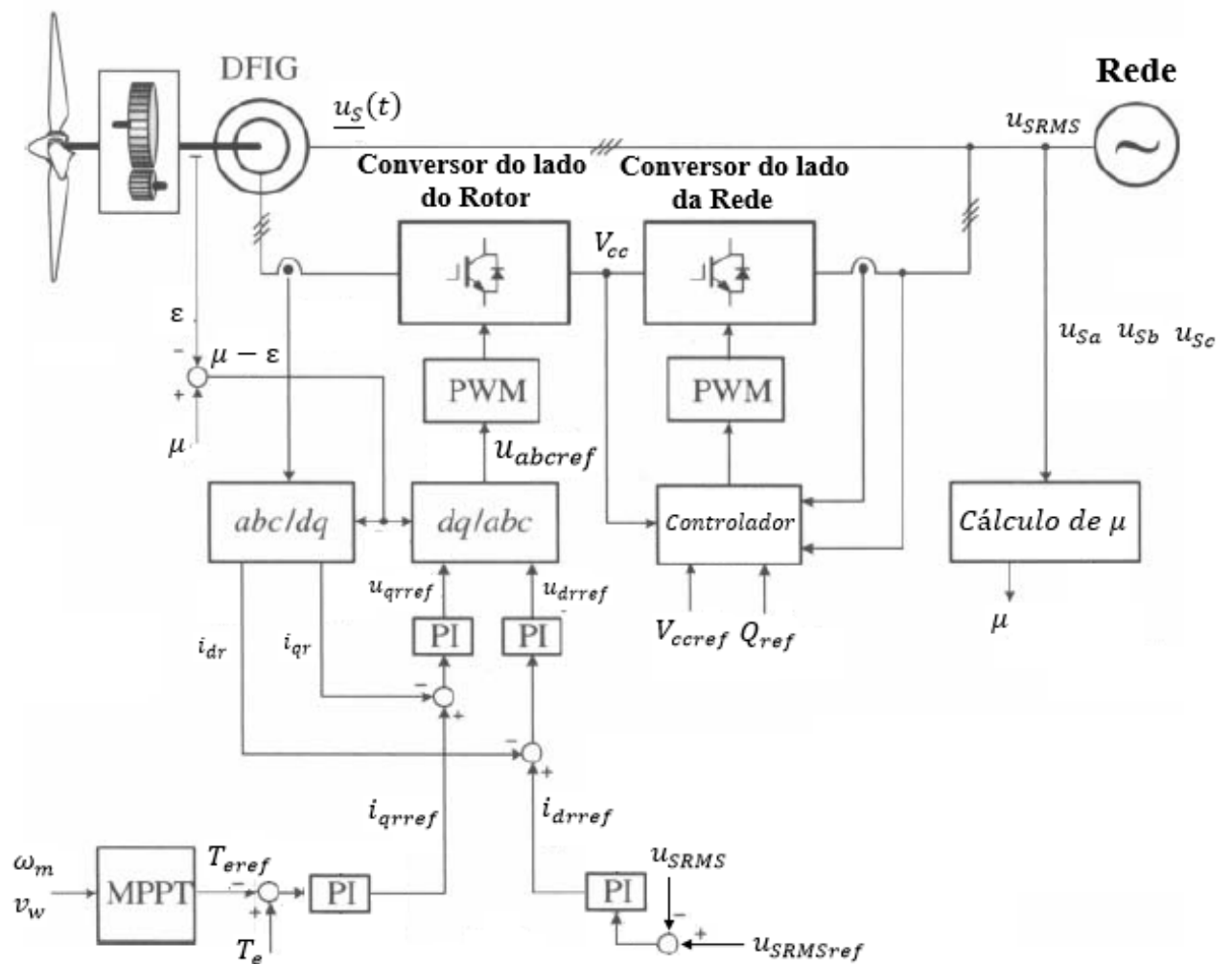


Figura 3.3.3 – Diagrama de blocos do método de controle de velocidade. Adaptado de [1].

### 3.5. Transformações de coordenadas

As transformações de coordenadas são utilizadas para simplificarem as análises de máquinas elétricas, como também para facilitarem a simulação e implementação digital dos diversos esquemas de controle.

Existem diversas coordenadas de referência, as mais utilizadas são: a trifásica estacionária ( $abc$ ), a bifásica estacionária ( $\alpha\beta$ ) e a coordenada bifásica síncrona girante ( $dq$ ).

Uma variável elétrica trifásica qualquer pode ser representada como um vetor espacial em função de uma referência trifásica estacionária ( $abc$ ). O vetor espacial, que

representa a variável elétrica, gira em uma velocidade arbitrária em relação ao sistema de coordenadas trifásico estacionário. Seus valores de fase podem ser obtidos projetando-se o vetor espacial girante nos eixos a, b e c correspondentes que são defasados de  $\frac{2\pi}{3}$  no espaço. As variáveis de fase variam um ciclo no tempo quando o vetor espacial gira uma revolução no espaço.

As variáveis trifásicas nas coordenadas estacionárias (abc) podem ser transformadas em um sistema de coordenadas bifásico ( $dq$ ), com variáveis perpendiculares entre si. O sistema de coordenadas bifásico ( $dq$ ) tem uma posição arbitrária com relação ao sistema de coordenadas trifásico (abc) determinado pelo ângulo  $\theta$  entre o eixo "a" e o eixo "d". O sistema de coordenadas bifásico gira no espaço com uma velocidade determinada por  $\frac{d\theta}{dt}$ .

Através de relações trigonométricas, as variáveis a, b e c podem ser transformadas para o sistema de coordenadas bifásico girante ( $dq$ ), através de suas projeções nos eixos da coordenada bifásica. A soma das três projeções das coordenadas a, b e c sobre o eixo "d" corresponde a nova variável "d", enquanto a soma das três projeções das coordenadas a, b e c sobre o eixo "q" corresponde a nova variável "q". A transformada das coordenadas trifásicas estacionárias para as coordenadas bifásicas girantes, como também a inversa, podem ser vistas nas equações a seguir:

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2}{3}) & \cos(\theta - \frac{4}{3}) \\ -\text{sen}\theta & -\text{sen}(\theta - \frac{2}{3}) & -\text{sen}(\theta - \frac{4}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (3.5.1)$$

E

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}) & -\text{sen}(\theta - \frac{2}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{4}{3}) & -\text{sen}(\theta - \frac{4}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} \quad (3.5.2)$$

A transformada das coordenadas trifásicas estacionárias (abc) para as coordenadas bifásicas estacionárias ( $\alpha\beta$ ), como também sua transformada inversa, podem ser vistas nas equações a seguir:

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (3.5.3)$$

E

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \quad (3.5.4)$$

### 3.6. Controle de chaveamento por PWM (*Pulse Width Modulation*)

Deseja-se que a saída do conversor seja uma senóide com amplitude e frequência controláveis, para tanto um sinal de controle senoidal é comparado com um sinal triangular como pode ser visto na figura 3.6.1.

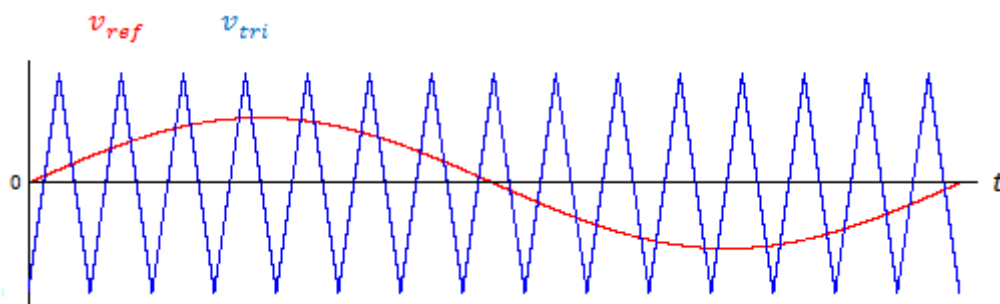


Figura 3.6.1 –PWM.

A frequência do sinal triangular define a frequência de chaveamento das chaves do conversor. O sinal de controle  $V_{ref}$  é utilizado para modular o ciclo de trabalho de chaveamento e tem a frequência  $f_1$  que é a fundamental do sinal desejado na saída do conversor.

O controle funciona da seguinte maneira: enquanto a onda de referência for maior que a onda triangular portadora, o sinal obtido assume o valor unitário. Por outro lado, enquanto a onda de referência for menor que a portadora triangular o sinal obtido assume o valor nulo. Para cada ramo do conversor, valor unitário fecha a chave superior e abre a chave inferior. O valor nulo abre a chave superior e fecha a chave inferior. Dessa forma o sinal de saída do conversor é um sinal cuja fundamental é uma senóide com a mesma frequência da senóide de referência. Além da fundamental componentes harmônicas são produzidas, distorcendo o sinal. Necessita-se em alguns casos uma filtragem dos harmônicos.

Definem-se então a modulação de amplitude e a modulação de frequência, respectivamente, conforme a seguir:

$$m_a = \frac{V_{ref}}{V_{tri}} \quad (3.6.1)$$

$$m_f = \frac{f_s}{f_1} \quad (3.6.2)$$

onde  $V_{ref}$  é a amplitude da onda senoidal,  $V_{tri}$  é a amplitude da onda triangular,  $f_s$  é a frequência da onda triangular e  $f_1$  é a frequência da onda senoidal.

Geralmente, neste tipo de controle, a amplitude da triangular ( $V_{tri}$ ) é mantida constante, enquanto a amplitude da senóide de referência ( $V_{ref}$ ) é variada de maneira a obter-se a amplitude desejada do sinal de saída do conversor. Essa amplitude é obtida através do produto entre a modulação de amplitude ( $m_a$ ) e o valor da amplitude do sinal do lado de corrente contínua do conversor.

A modulação de frequência é utilizada para definir-se a região onde se encontrarão os harmônicos mais graves na distorção do sinal. Quanto maior for a frequência de chaveamento, maior será o grau dos harmônicos se tornando assim mais fáceis de serem filtrados. No entanto, deve-se atentar para o aumento das perdas ôhmicas.



### 3.7. Teoria PQ

A teoria PQ, também conhecida como teoria de potências ativa e reativa instantâneas, apresenta uma ótima abordagem para o projeto de filtros ativos para o condicionamento de potência, assim como o projeto dos *FACTS (Flexible AC Transmission Systems)* e de *PLL's (Phase Locked Loop)* e detectores de sequência positiva.

As equações da teoria PQ baseiam-se na transformação para as coordenadas bifásicas estacionárias ( $\alpha\beta$ ). As grandezas elétricas tensão ( $\vec{e}$ ) e corrente ( $\vec{i}$ ) podem ser representadas como um vetor girante, cuja posição é definida pelas suas componentes instantâneas projetadas nos eixos  $\alpha$  e  $\beta$ , conforme pode ser visto na figura 3.7.1.

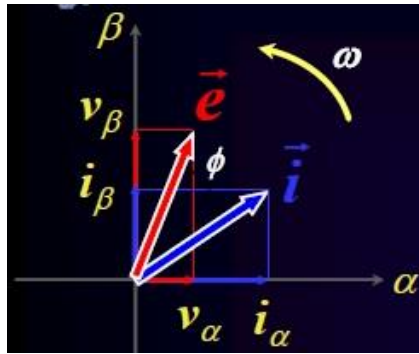


Figura 3.7.1. – Representação das grandezas tensão e corrente instantâneas [8].

Assim os vetores de tensão e corrente instantâneos podem ser representados como:

$$\vec{e} = v_{\alpha} + jv_{\beta} \quad (3.7.1)$$

E

$$\vec{i} = i_{\alpha} + ji_{\beta} \quad (3.7.2)$$

A potência aparente instantânea pode ser definida como:

$$\vec{s} = \vec{e} \times \vec{i}^* = (v_{\alpha}i_{\alpha} + v_{\beta}i_{\beta}) + j(v_{\beta}i_{\alpha} - v_{\alpha}i_{\beta}) \quad (3.7.3)$$

Portanto,

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{\alpha} & v_{\beta} \\ v_{\beta} & -v_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} \quad (3.7.4)$$

Em que p e q representam as potências ativa e reativa instantâneas, respectivamente.

Pode-se definir ainda:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} v_\alpha & v_\beta \\ v_\beta & -v_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} \quad (3.7.5)$$

Em que  $\Delta = v_\alpha^2 + v_\beta^2$ .

Equivalentemente pode-se representar a equação 3.7.5 em função das tensões:

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{i_\alpha^2 + i_\beta^2} \begin{bmatrix} i_\alpha & -i_\beta \\ i_\beta & i_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} \quad (3.7.6)$$

Ainda segundo a teoria PQ sabe-se que as potências ativa e reativa instantâneas são representadas através de uma componente média constante e uma componente oscilatória, conforme descrito a seguir:

$$p = \bar{p} + \tilde{p} \quad (3.7.7)$$

E

$$q = \bar{q} + \tilde{q} \quad (3.7.8)$$

### 3.8. Detector de sequência positiva

O detector de sequência positiva pode ser criado em diversas configurações. Sua utilidade é obter como saída a amplitude e fase da componente fundamental de sequência positiva, de um sinal distorcido de entrada. Os detectores de sequência positiva têm o funcionamento semelhante à um *PLL (Phase Locked Loop)*, e podem ser utilizados como sincronizadores de sistemas ou, no caso do detector de sequência positiva, quando necessita-se ter a amplitude e fase da componente fundamental de sequência positiva do sinal de entrada, rejeitando-se as demais componentes da fundamental e o conteúdo de harmônicos do sinal original. O detector de sequência positiva utilizado neste trabalho baseia-se na teoria PQ.

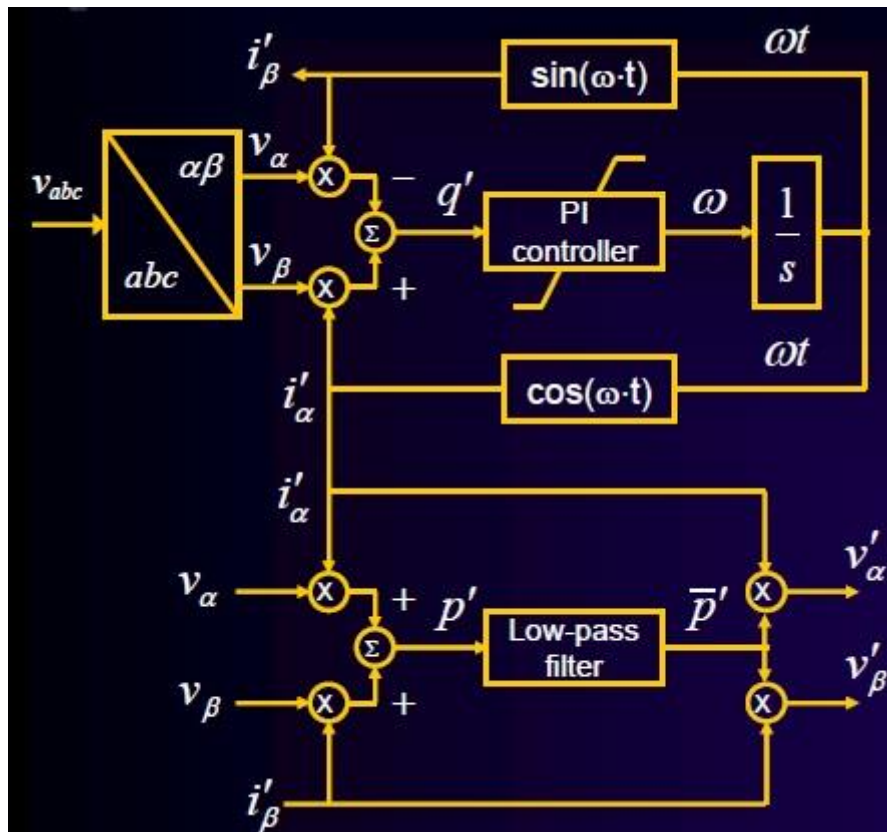


Figura 3.8.1. – Representação do detector de sequência positiva [8].

Na figura 3.8.1 está representado o detector de sequência positiva baseado na teoria PQ. A grandeza elétrica (no caso tensão) é convertida do sistema de coordenadas trifásico estacionário ( $abc$ ) para o sistema de coordenadas bifásico estacionário ( $\alpha\beta$ ). Através das equações da teoria PQ, anteriormente descritas, que recebem como entrada as componentes de tensão medidas e as componentes de corrente produzidas (correntes fictícias produzidas com amplitudes unitárias), gera-se o valor correspondente de potência instantânea reativa ( $q$ ). Esse valor passa por um controlador PI que tem a função de torná-lo nulo em regime permanente. Sabe-se, através da teoria de circuitos, que a potência reativa será nula quando o fator de potência for unitário, ou seja, quando as grandezas tensão e corrente estiverem em fase, como pode ser visto na figura 3.8.2.

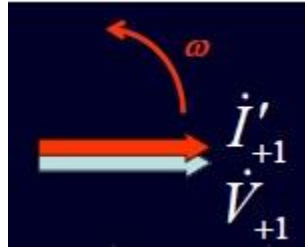


Figura 3.8.2. – Operação do sistema em regime permanente [8].

O ponto de operação acima descrito será a única possibilidade estável em regime permanente, ou seja, a fase da corrente de saída produzida contém a informação da fase da tensão de entrada distorcida.

Tanto o controlador PI, quanto o filtro, ilustrados na figura 3.8.1 filtram as componentes oscilatórias das potências ativa e reativa instantâneas, restando apenas as componentes constantes das potências. Como a componente de potência reativa é nula, toda a informação da amplitude da sequência positiva da grandeza elétrica será devida à componente constante da potência ativa conforme a seguinte representação:

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha}' \\ v_{\beta}' \end{bmatrix} = \frac{1}{i_{\alpha}'^2 + i_{\beta}'^2} \begin{bmatrix} i_{\alpha}' & -i_{\beta}' \\ i_{\beta}' & i_{\alpha}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{p}' \\ 0 \end{bmatrix}$$

Portanto, mais uma vez através da teoria PQ, pode-se obter a informação da amplitude da componente fundamental de sequência positiva contida na tensão de entrada distorcida, através da componente constante da potência ativa, como pode ser observado na parte inferior da figura 3.8.1.

### 3.9. Filtragem ativa com o intuito da obtenção de correntes de rede senoidais

O diagrama de blocos do método de controle adotado, que inclui a funcionalidade de filtragem ativa, pode ser visto na figura 3.9.1.

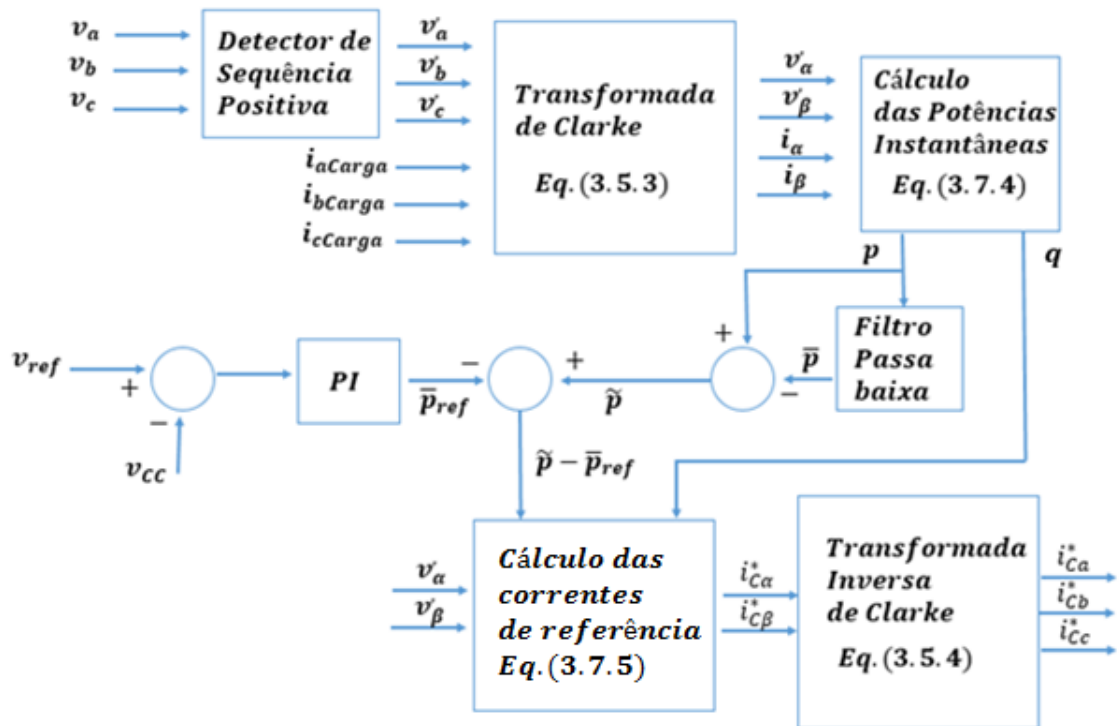


Figura 3.9.1. Estratégia de controle para obtenção de correntes de rede senoidais.

Para se obter correntes equilibradas e sem distorções, o filtro ativo em paralelo tem que possuir a capacidade de filtrar as componentes harmônicas e componentes fundamentais que não sejam de sequência positiva da corrente da carga. Um detector de sequência positiva é utilizado para se extrair a componente fundamental de sequência positiva da tensão da rede.

As potências reais e imaginárias calculadas na figura acima, não correspondem, precisamente, às potências da carga, pelo fato de que eventuais componentes fundamentais de sequência negativa e componentes harmônicas presentes na tensão da rede, não estão sendo consideradas, no entanto essas componentes de potências calculadas são úteis para se detectar as distorções e desequilíbrios presentes nas correntes da carga. Por esse motivo, quando existe desequilíbrios e /ou distorções nas tensões da rede, não se é possível atingir, simultaneamente, os objetivos da filtragem ativa de se extrair potência ativa constante da rede e de se obter correntes senoidais da rede. O filtro deverá ser projetado para somente uma determinada utilidade.

O bloco, da figura 3.9.1, que calcula as correntes a serem compensadas, recebe como entrada as tensões de saída do detector de sequência positiva, juntamente com as potências oscilatórias real e imaginária e potência imaginária constante. Portanto, esse

bloco produz as correntes de carga que produzem  $\tilde{p}$  e  $q$  com a tensão fundamental de rede de sequência positiva. Como se está considerando somente a tensão fundamental de rede de sequência positiva, somente a corrente fundamental de carga de sequência positiva produz  $\bar{p}$  e  $\bar{q}$ . Então, se o filtro ativo estiver compensando as componentes oscilatórias das potências real e imaginária, ele estará compensando todas as componentes da corrente de carga que são diferentes da corrente fundamental de carga de sequência positiva, inclusive a corrente fundamental de carga de sequência negativa.

A lógica dessa estratégia de filtragem ativa é a injeção, por parte do filtro em paralelo, das componentes oscilatórias das potências real e imaginária das correntes da carga, de maneira que a corrente fornecida pela rede seja responsável, apenas, à parcela da potência ativa média da carga não linear.

## 4. Estudo de Caso

### 4.1. Apresentação

Neste trabalho, se estuda um sistema eólico na configuração DFIG (gerador de indução duplamente alimentado) com controle de velocidade através da orientação no fluxo de estator, com intuito de se obter máxima conversão da potência dos ventos em potência mecânica no eixo da turbina. Além disso, o uso dessa estratégia de controle permite o desacoplamento do controle de potência ativa e reativa, injetadas pelo estator da máquina, de maneira que através da regulação da segunda potência citada, pode-se obter regulação de tensão no ponto de acoplamento do sistema com a rede elétrica.

Ainda neste trabalho, utiliza-se a teoria PQ para se controlar o conversor do lado da rede de modo que ele opere como um filtro ativo em paralelo, compensando distorções de correntes harmônicas de eventuais cargas não lineares presentes na barra da geração.

Na figura 4.1.1, está ilustrada a configuração da barra em que se encontra presente o sistema eólico.

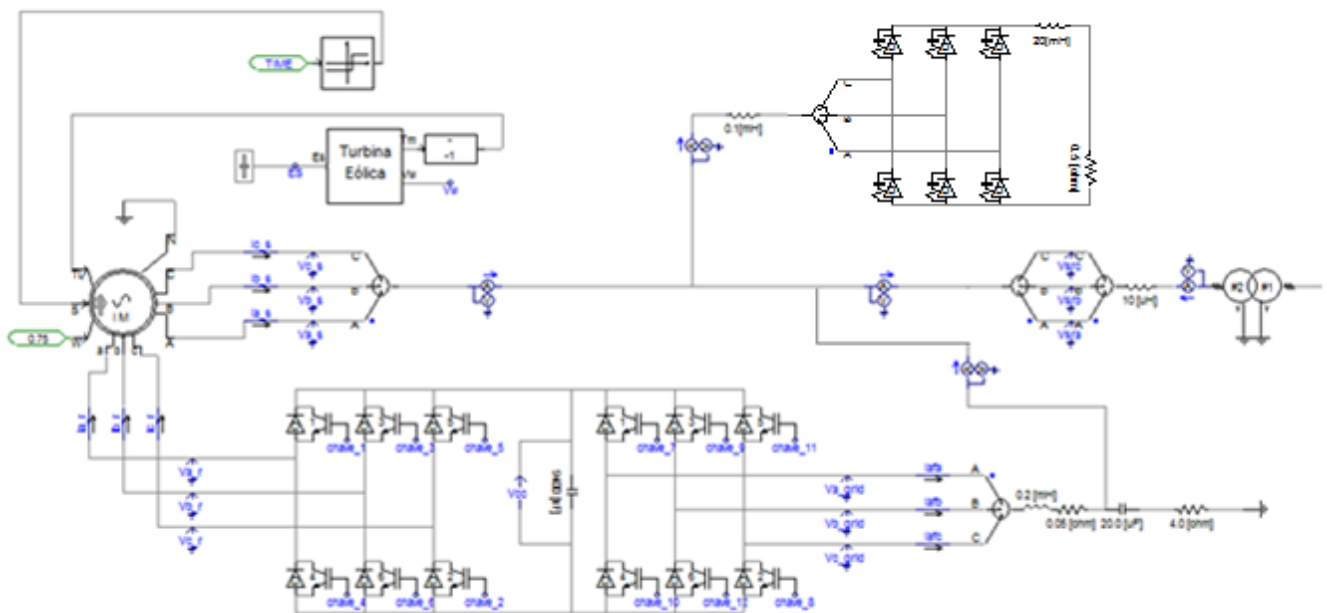


Figura 4.1.1. Configuração da barra do sistema estudado.

Na figura acima, pode-se notar a configuração do sistema eólico com gerador de indução duplamente alimentado, em que o rotor bobinado é conectado à rede através de um conversor na configuração *back-to-back*. A máquina é acionada por um bloco que representa a turbina eólica. Na figura está, ainda, ilustrada uma carga não linear (retificador à diodos), que será utilizada na simulação. A barra do sistema tem como valor base de tensão 690 V, valor típico de turbinas eólicas.

A barra de geração é conectada a um sistema elétrico, através de um transformador. O sistema utilizado na simulação pode ser visualizado na figura 4.1.2.

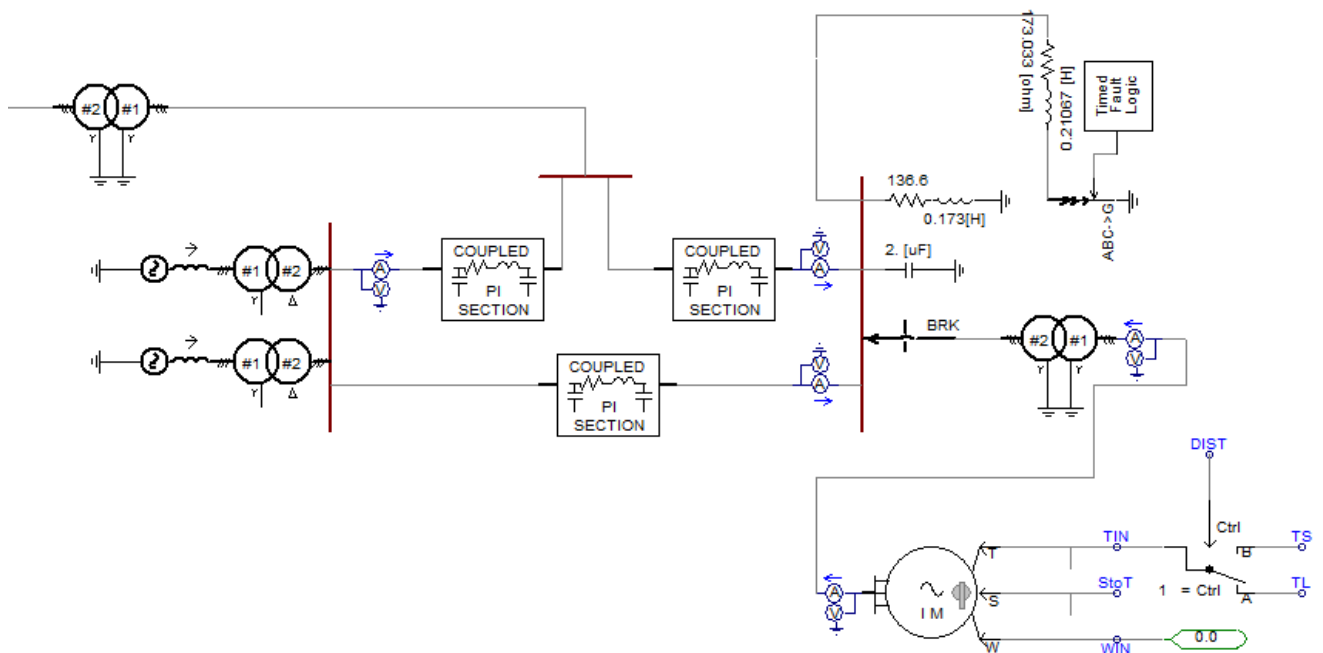


Figura 4.1.2. Configuração da rede elétrica do sistema estudado.

O sistema elétrico estudado é composto por 4 barras. A primeira barra é a barra em que se encontra a geração eólica, localizada à esquerda do transformador na parte superior esquerda da figura acima. Na figura 4.1.2 pode-se analisar as outras três barras. Uma delas é conectada ao sistema eólico através de um transformador. A rede elétrica é representada por três linhas de transmissão, através do modelo pi. Duas das linhas possuem 30 km, enquanto a terceira possui 40 km. O sistema de transmissão se encontra no nível de tensão de 230 kV, 60 Hz e os parâmetros elétricos das linhas utilizados foram valores padrões encontrados na internet.



Em uma das outras barras, está acoplado um equivalente do sistema elétrico. Na última barra, existe motor de indução com potência nominal de 7,5 MVA e um bloco do PSCAD que simula uma falta trifásica.

São simulados três casos. O primeiro demonstra a operação do controle do conversor do lado do rotor, através da orientação do fluxo de estator. Esse controle ilustra a operação do MPPT. O segundo controle visa a regulação da tensão da barra do sistema em face de ocorrências na rede elétrica, que levam a afundamentos de tensão na barra de geração. O terceiro controle é feito com o auxílio da teoria PQ e é aplicado no conversor do lado da rede de forma a se manter a tensão, no elo de corrente contínua, constante, além de atuar como filtro ativo em paralelo.

## 4.2. Simulação para se analisar o controle do MPPT

O bloco que descreve a turbina eólica está exposto na figura 4.2.1.

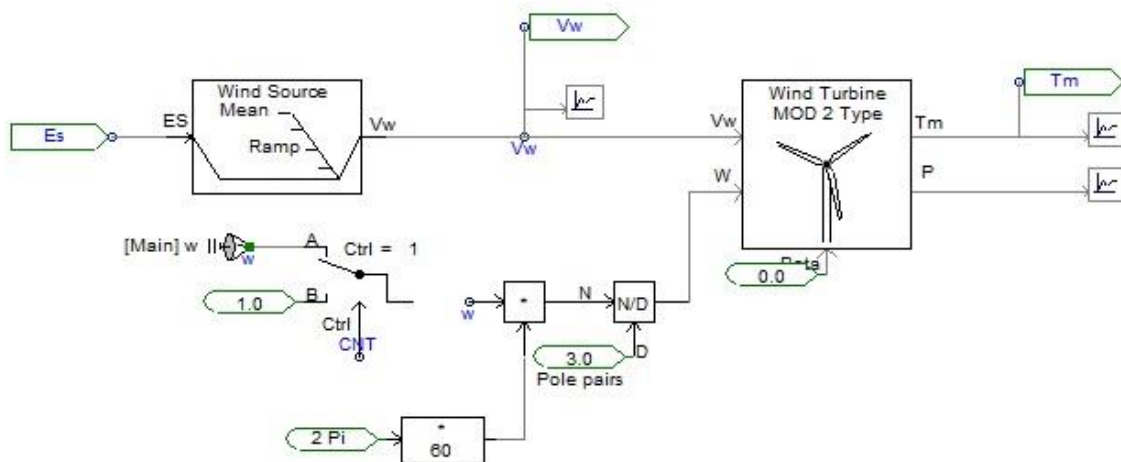


Figura 4.2.1 – Bloco representando turbina eólica.

Este sistema nada mais é do que a aplicação da equação (2.7.1.2), ou seja, através de um perfil de velocidade de vento ( $v_w$ ), que pode ser estipulada arbitrariamente, como também da velocidade da turbina ( $\omega$ ) e do ângulo de *pitch* ( $\beta$ ), é possível se obter o torque mecânico e potência mecânica produzidos por essa determinada turbina. Essa turbina específica tem ainda um raio de rotor ( $r_T$ ) de 40 m, utiliza-se para os cálculos o valor da densidade do ar que corresponde a  $1,2 \text{ kg/m}^3$ . Sua potência nominal é de 2 MVA.

O gerador tem as seguintes especificações:

- 1- 2 MVA de potência;
- 2- Opera em 690 V;
- 3- Opera em 60 Hz.

O capacitor do elo de corrente contínua foi dimensionado com  $9400 \mu F$  e tensão nominal de 1,5 kV.

A configuração do controle utilizada é a mesma descrita na figura 3.3.3. O diagrama simulado no PSCAD pode ser visto na figura 4.2.2.

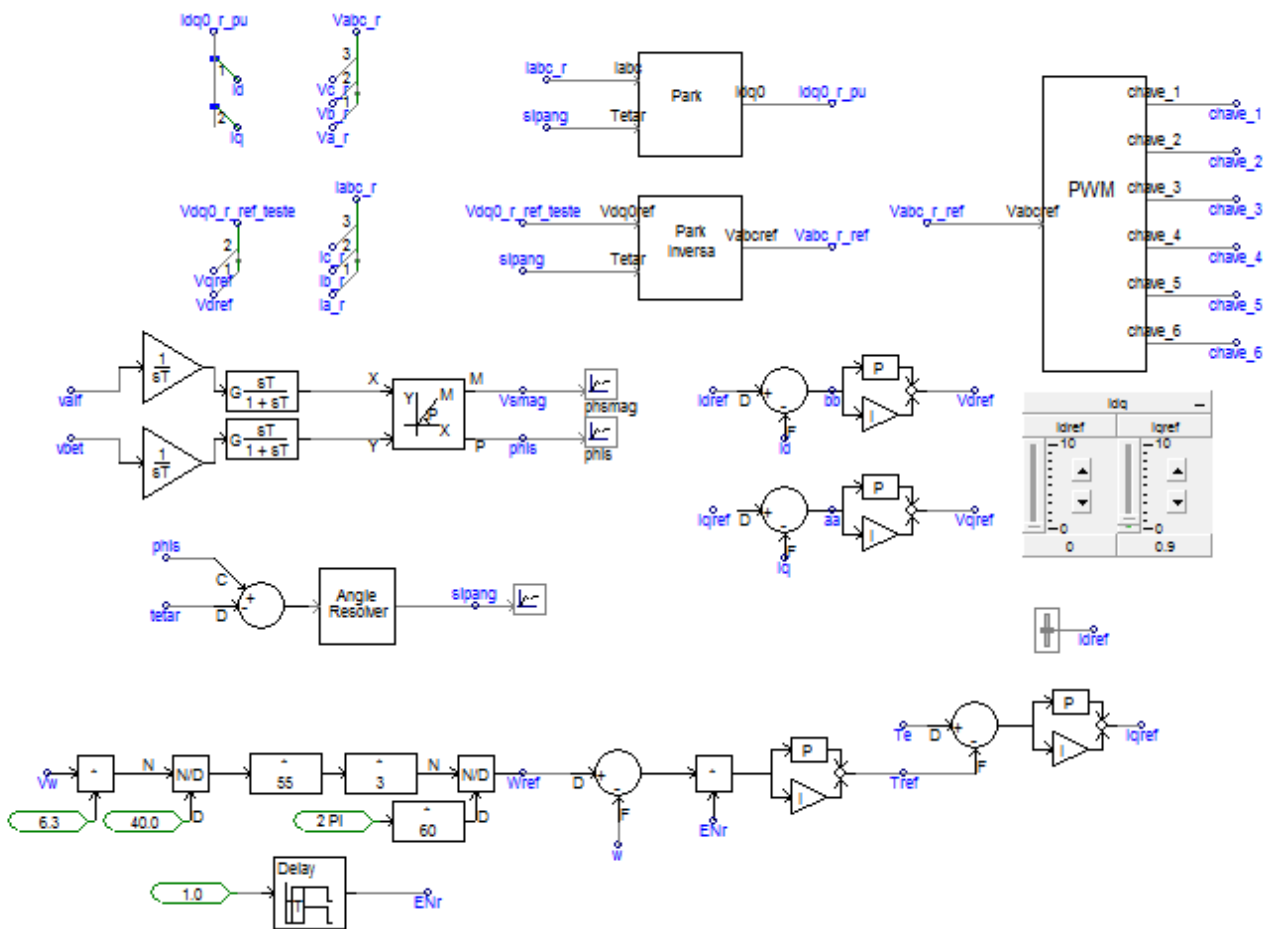


Figura 4.2.2 – Bloco representando controle do lado do rotor.

Como descrito na parte teórica desse trabalho, o coeficiente de potência ( $C_p$ ), que diz respeito a eficiência da extração de potência dos ventos, é função do ângulo de *pitch* ( $\beta$ ) das pás da turbina e do *tip speed ratio*, como foi visto na figura 2.8.2.1. Para o caso simulado, em que o sistema se encontra na região de controle de velocidade pelo gerador, o ângulo de *pitch* ( $\beta$ ) é mantido com valor nulo. O *tip speed ratio*, que corresponde ao

coeficiente de potência máximo, para a curva com ângulo de *pitch* ( $\beta$ ) nulo apresenta o valor de 6,3. Portanto:

$$\lambda_{T\acute{o}timo} = 6,3 \quad (4.3.1)$$

Reproduzindo-se a equação (2.8.2.1):

$$\lambda_T = \frac{\omega r_T}{v_w}$$

Aplicando-se o valor do *tip speed ratio* ótimo, raio do rotor da turbina ( $r_T$ ) e velocidade do vento medida ( $v_w$ ), na equação acima, obtém-se o valor ótimo de velocidade rotacional da turbina, para a dada velocidade de vento, que otimiza a conversão da energia dos ventos em energia mecânica no eixo da máquina, como pode ser visto na figura 4.2.2. A velocidade angular da turbina é convertida em velocidade angular da máquina através da relação de engrenagens. A velocidade angular da máquina de referência, calculada, é comparada com a velocidade real medida e através de um controlador, gera-se o torque elétrico de referência para o gerador. Esse torque é comparado com o torque elétrico medido pelo modelo de máquina do PSCAD e um controlador PI produz o valor de corrente de rotor de eixo em quadratura ( $i_{Rq}$ ), de referência.

Como estudado neste trabalho, a corrente de rotor de eixo em quadratura ( $i_{Rq}$ ) é responsável pelo controle de potência ativa, isto é, é responsável pelo controle de velocidade, através do controle do torque elétrico da máquina. Por outro lado, o controle da corrente de rotor de eixo direto ( $i_{Rd}$ ) é responsável pela regulação da potência reativa de estator. Neste caso, o valor de referência da corrente de rotor de eixo direto ( $i_{Rd}$ ) é mantido fixo no valor de zero.

O erro entre as comparações das correntes de rotor de eixo direto ( $i_{Rd}$ ) e em quadratura ( $i_{Rq}$ ), calculadas, com seus respectivos valores de referência, passam por controladores que geram as tensões de rotor de eixo direto ( $v_{Rd}$ ) e em quadratura ( $v_{Rq}$ ), de referência. Esses valores são então convertidos para o sistema de coordenadas trifásico (abc) e entram no bloco de controle de chaveamento do inversor, através do método de PWM seno-triângulo.

Os resultados dessa simulação podem ser observados a seguir.

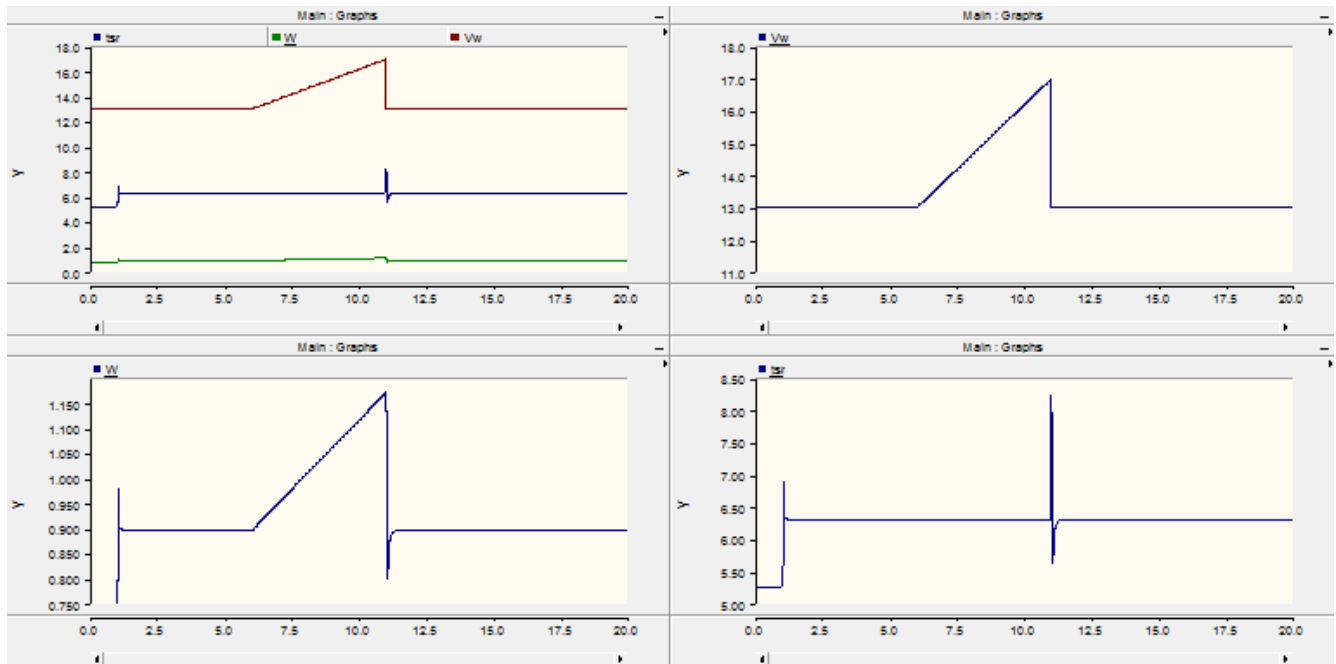


Figura 4.2.3 – Simulação do MPPT.

Na figura 4.2.3 estão ilustrados quatro gráficos. No superior esquerdo, estão expostos a velocidade do vento ( $v_w$ ), velocidade angular ( $\omega$ ) e *tip speed ratio* juntos, como resultado comparativo, enquanto nos outros três gráficos essas grandezas estão expostas separadamente. A velocidade do vento ( $v_w$ ) está em  $m/s$ , a velocidade angular da turbina ( $\omega$ ) está em pu e o *tip speed ratio* não apresenta unidade.

Pode-se perceber a eficiência do MPPT em manter o valor ótimo de *tip speed ratio* (6,3), para todas as velocidades de vento, isto é, o controle varia a velocidade do rotor de acordo com a variação da velocidade do vento de forma a se obter o MPPT.

Na figura a seguir, estão ilustradas as potências ativa e reativa em alguns pontos importantes do sistema.

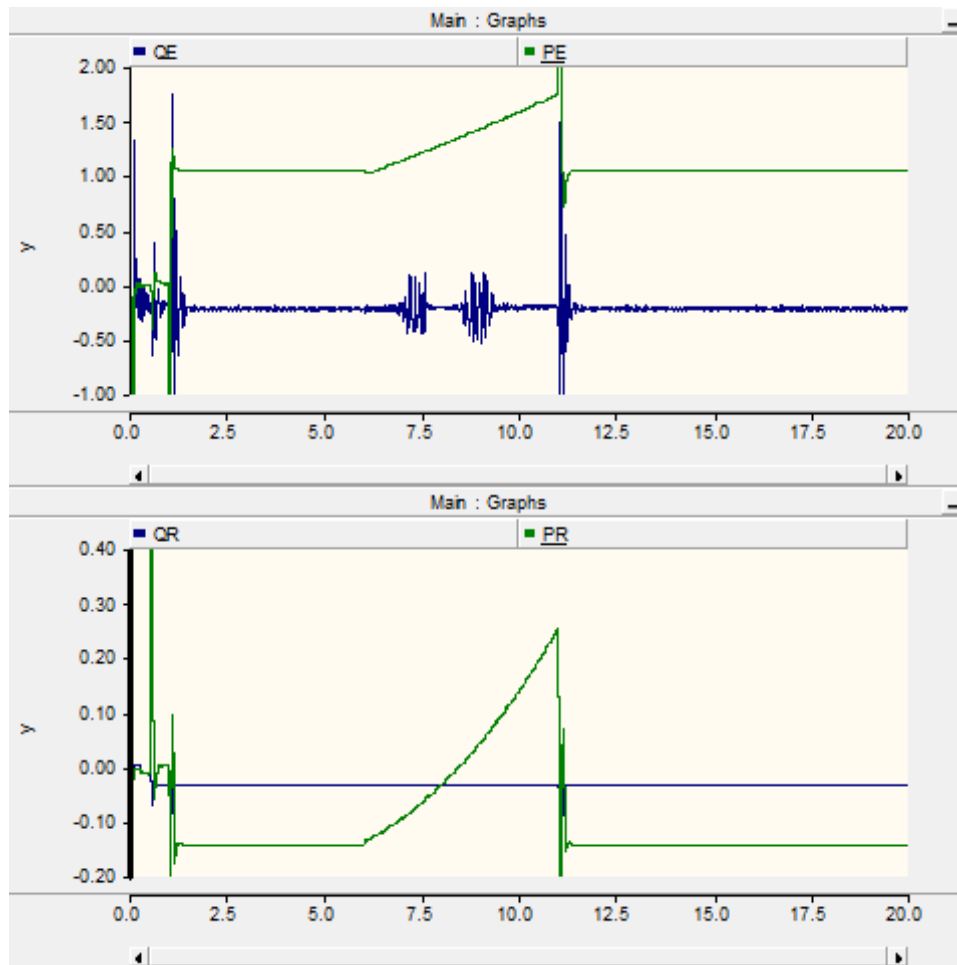


Figura 4.2.4 – Potências ativa e reativa de estator e rotor, respectivamente.

Nos dois gráficos da figura 4.2.4, estão ilustradas as potências ativa e reativa de estator e rotor, respectivamente. As componentes ativa e reativa são expressas em MW e MVar, respectivamente.

Pode-se notar a manutenção da potência reativa de estator em um valor constante, conforme a manutenção da corrente de rotor de eixo direto ( $i_{Rd}$ ) no valor de zero.

A potência ativa de estator varia conforme a velocidade do vento define, através do controle da corrente de rotor de eixo em quadratura ( $i_{Rq}$ ), de forma otimizada, de acordo com o método do MPPT. Isso ocorre entre os instantes de  $t=6s$  e  $t=11s$ , ou seja, durante a rampa de variação de velocidade do vento.

No gráfico inferior pode-se notar a transição de potência ativa sendo absorvida pelo rotor (valor negativo) para potência ativa sendo fornecida para a rede, pelo rotor (valor positivo). Isso ilustra a transição do modo de operação sub síncrono, para o modo

super síncrono, conforme a velocidade do rotor aumenta. Essa é uma característica especial e importante da configuração DFIG.

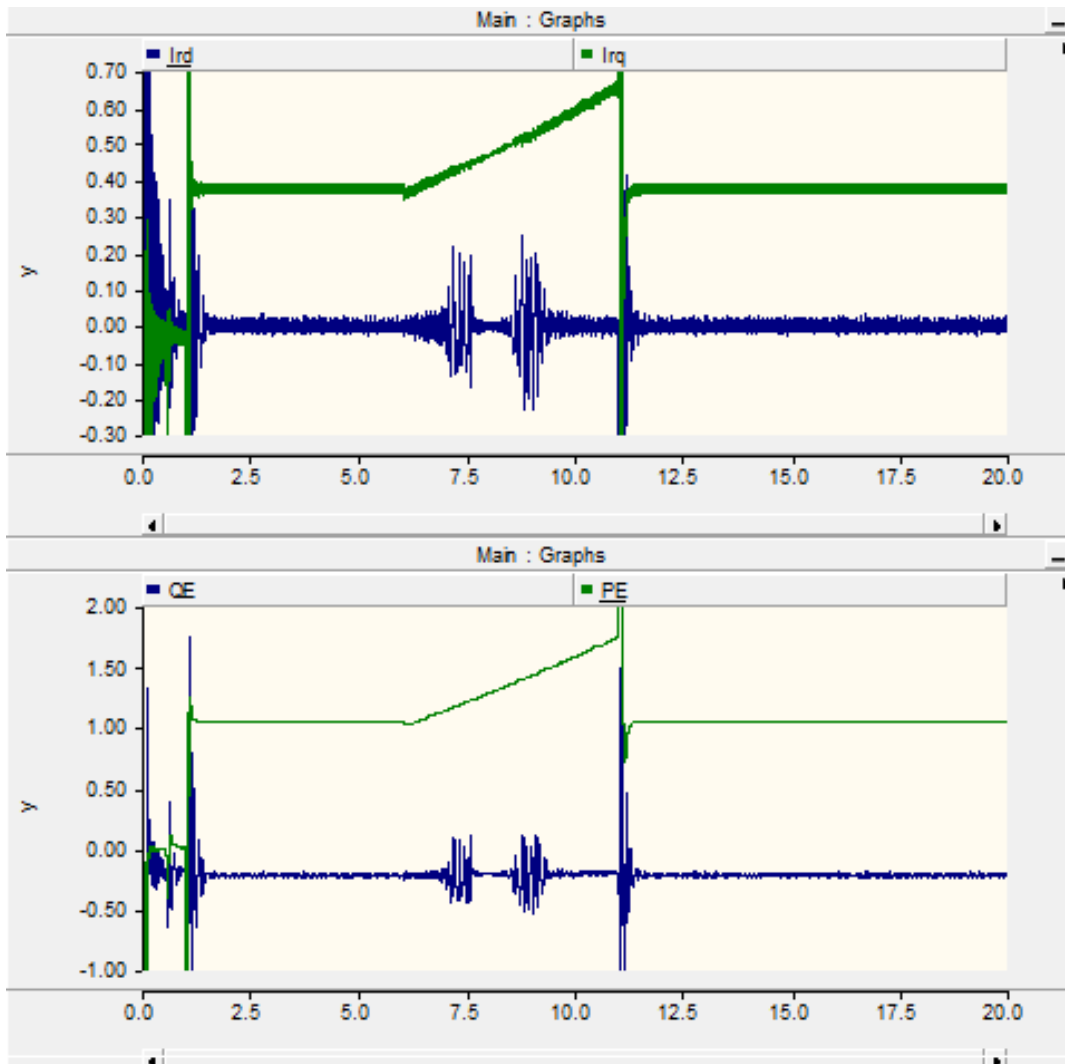


Figura 4.2.5 – Correntes  $i_{Rq}$ ,  $i_{Rd}$  e potências ativa e reativa.

No primeiro gráfico da figura 4.2.5, pode-se analisar, em verde, a corrente de rotor de eixo em quadratura ( $i_{Rq}$ ) e, em azul, a corrente de rotor de eixo direto ( $i_{Rd}$ ). A primeira varia conforme o controle de velocidade definido pelo MPPT, levando a uma variação da potência ativa do estator com o mesmo perfil.

A corrente de rotor de eixo direto ( $i_{Rd}$ ) é mantida com valor nulo, levando a um valor constante de potência reativa de estator.

Observa-se então o desacoplamento do controle de potência ativa e reativa de estator, através das correntes de rotor de eixo em quadratura ( $i_{Rq}$ ) e eixo direto ( $i_{Rd}$ ), respectivamente.

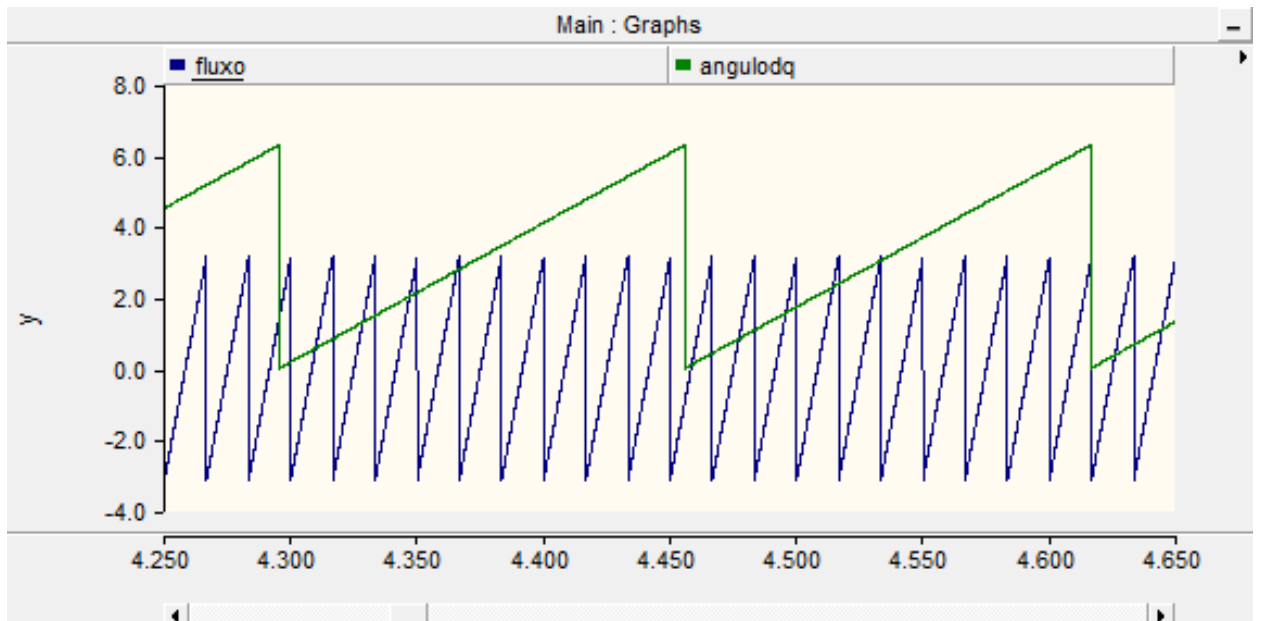


Figura 4.2.6.- Ângulos  $\mu$  (em azul) e  $\mu - \varepsilon$  (em verde).

Conforme descrito na teoria desse trabalho, o ângulo que serve de entrada para a transformada dq é o ângulo  $\mu - \varepsilon$ , que está na frequência das correntes do rotor (frequência de escorregamento), de modo que as componentes  $i_{Rd}$  e  $i_{Rq}$  sejam níveis CC, em regime permanente. Isso pode ser analisado na figura 4.2.6 em que está ilustrado, também, o ângulo do fluxo do estator ( $\mu$ ), em azul, na frequência síncrona da rede.

Nas figuras 4.2.7 e 4.2.8 pode-se observar uma característica típica de operação de uma máquina de indução duplamente alimentada, que é a inversão da sequência de fase das correntes de rotor (e, conseqüentemente, a inversão do ângulo de entrada para a transformada dq, de forma a se seguir obtendo níveis CC como saída), na transição da operação sub síncrona para a super síncrona, pela inversão do sinal do escorregamento. Ou seja, o sentido de giro do rotor inverte com relação ao eixo do fluxo magnético conjugado pelo fato de estar ultrapassando sua velocidade síncrona. As correntes de rotor estão expressas em kA.

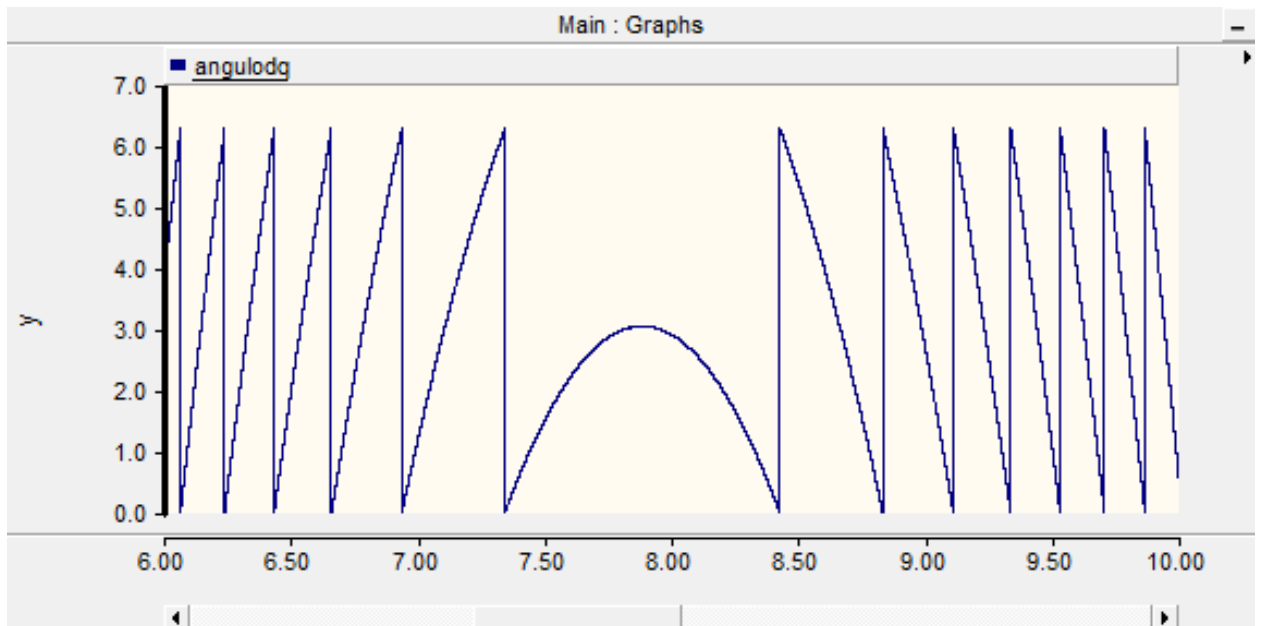


Figura 4.2.7.- Ângulo  $\mu - \epsilon$  na frequência de escorregamento.

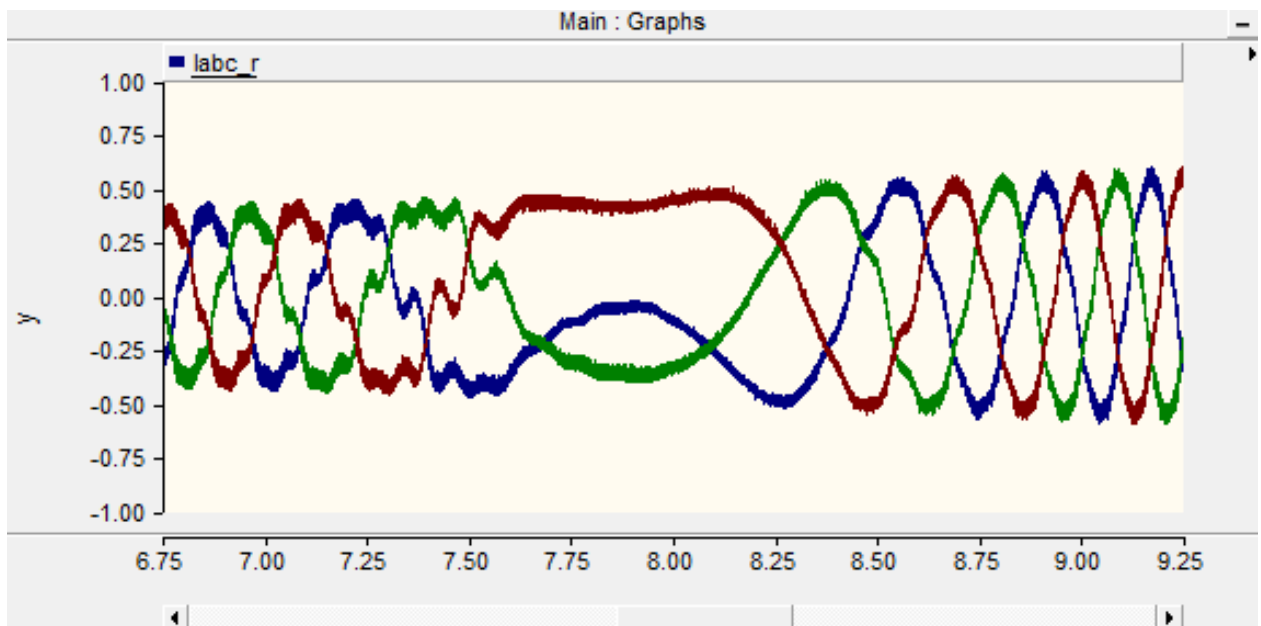


Figura 4.2.8.- Inversão de fase das correntes de rotor.



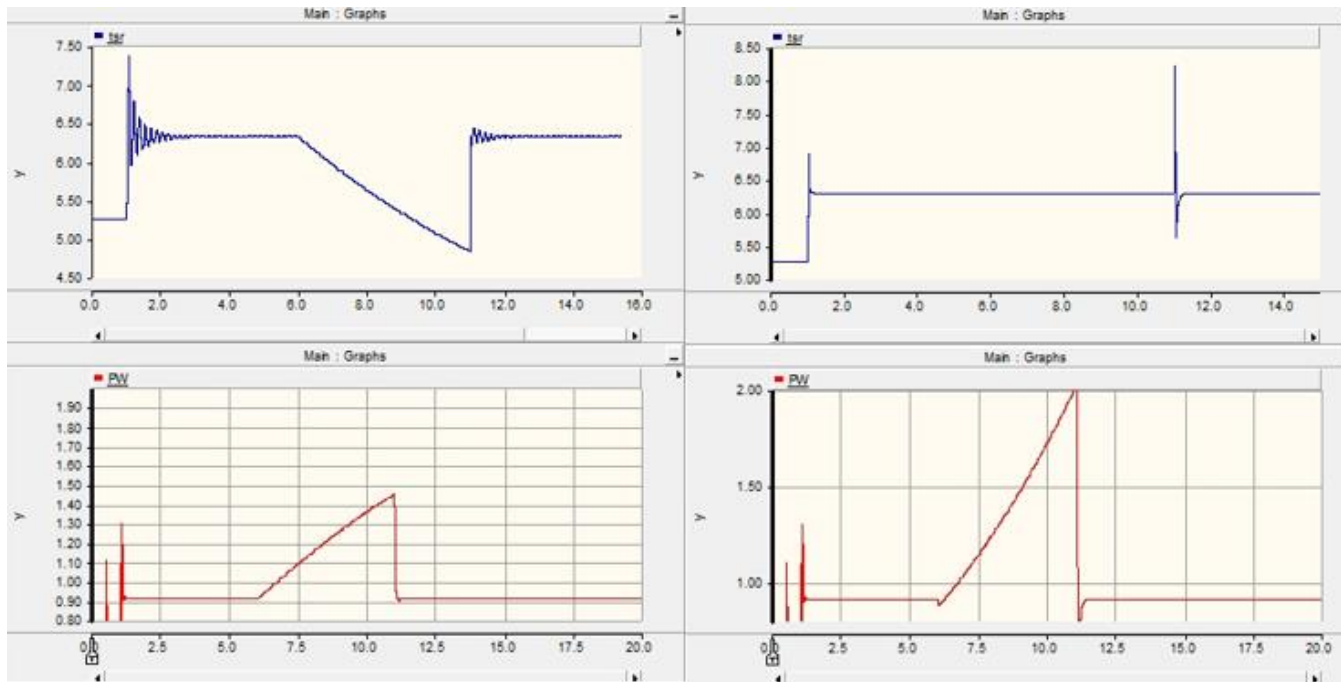


Figura 4.2.9.- Comparação da potência ativa injetada com e sem MPPT.

Na figura 4.2.9 pode-se notar que, de fato, o controle de velocidade do gerador, através do MPPT, garante maior eficiência na geração de potência ativa. Nos dois primeiros gráficos à esquerda, não existe controle de velocidade, dessa forma o *tip speed ratio* não é mantido em seu valor ótimo e a variação de potência ativa injetada na rede, pelo gerador, durante a rampa de vento, é de aproximadamente 600 kW, enquanto nos dois gráficos à direita, o *tip speed ratio* se mantém otimizado no valor de 6,3 e a variação de potência ativa injetada na rede, pelo gerador, durante a rampa de vento, é de aproximadamente 1100 kW.

### 4.3. Simulação para se analisar a regulação de tensão, através do controle de reativo

Inicialmente, a simulação é feita mantendo-se a intensidade dos ventos e potência reativa em valores fixos e se analisa o comportamento do valor RMS da tensão do ponto de acoplamento do sistema eólico com a rede, em casos de uma falta trifásica sendo aplicada na rede elétrica e com a partida de um motor de indução com potência nominal de 7,5 MVA, presente no sistema.

O comportamento da tensão RMS (em kV) da barra de geração pode ser observado na figura 4.3.1.

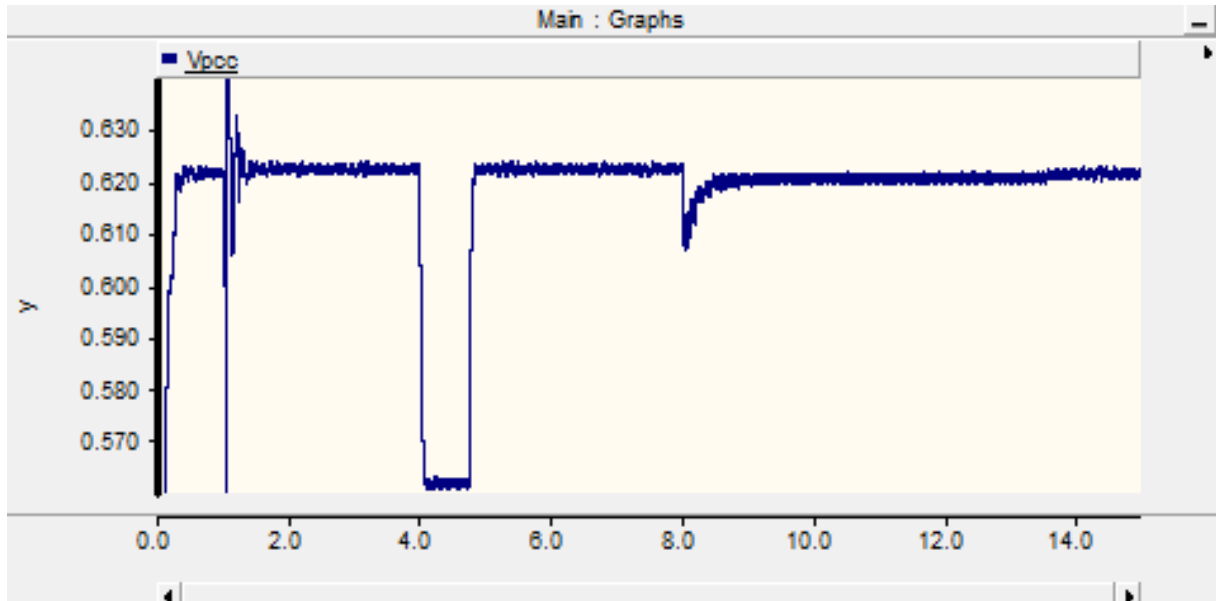


Figura 4.3.1.- Tensão RMS na barra de geração.

No instante de 4 s, ocorre um curto circuito trifásico no sistema elétrico, conforme foi explicado, anteriormente. Em 8 s o motor de indução parte. Na figura acima, pode-se notar os afundamentos de tensão por conta desses eventos ocorridos na rede.

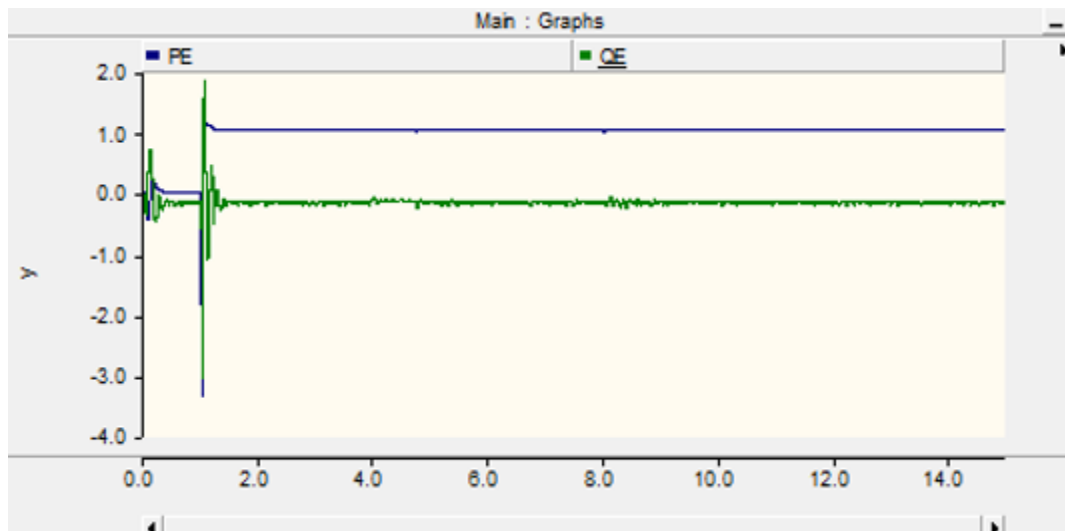


Figura 4.3.2.- Potências ativas e reativas injetadas pelo estator.

Na figura 4.3.2, pode-se perceber que não existe variação das injeções por parte do sistema eólico, isto é, o gerador não atua na regulação da tensão, em face dos eventos ocorridos. As potências ativa e reativa estão expressas em MW e MVar, respectivamente.

Em seguida, estão expostos o resultado da regulação de tensão no PCC (ponto de conexão comum), através do controle de reativo, relativo ao controle da corrente de rotor de eixo direto ( $i_{Rd}$ ), como pode ser visto na figura 4.3.3.

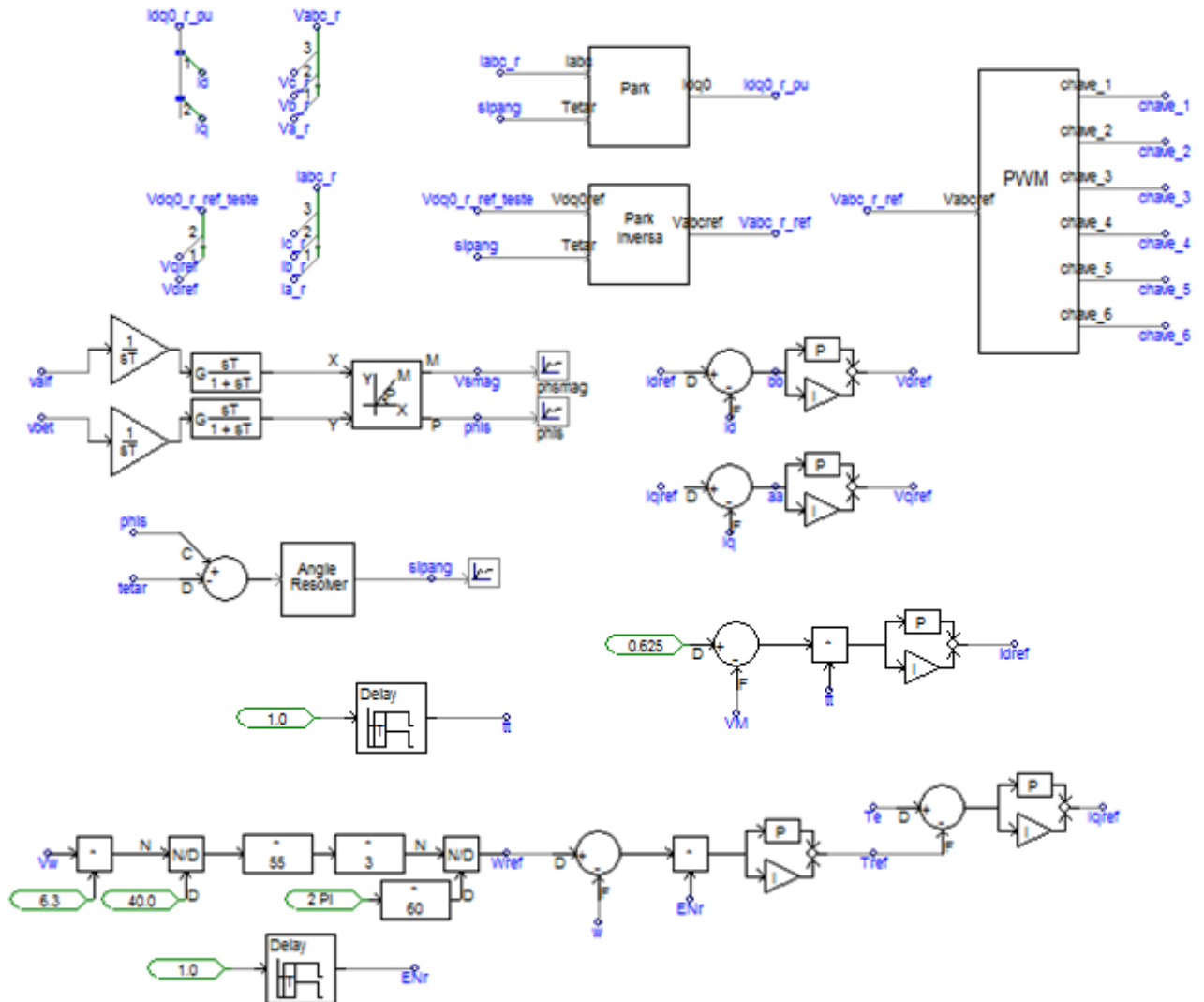


Figura 4.3.3 – Bloco representando controle do lado do rotor.

Na figura acima, a referência de corrente de rotor de eixo direto ( $i_{Rd}$ ) é obtida como resultado de uma malha de controle da tensão RMS do PCC, isto é, controla-se a quantidade de potência reativa injetada ou absorvida pelo estator da máquina.

A tensão RMS do ponto de acoplamento, do sistema com a rede, pode ser analisado na figura a seguir.

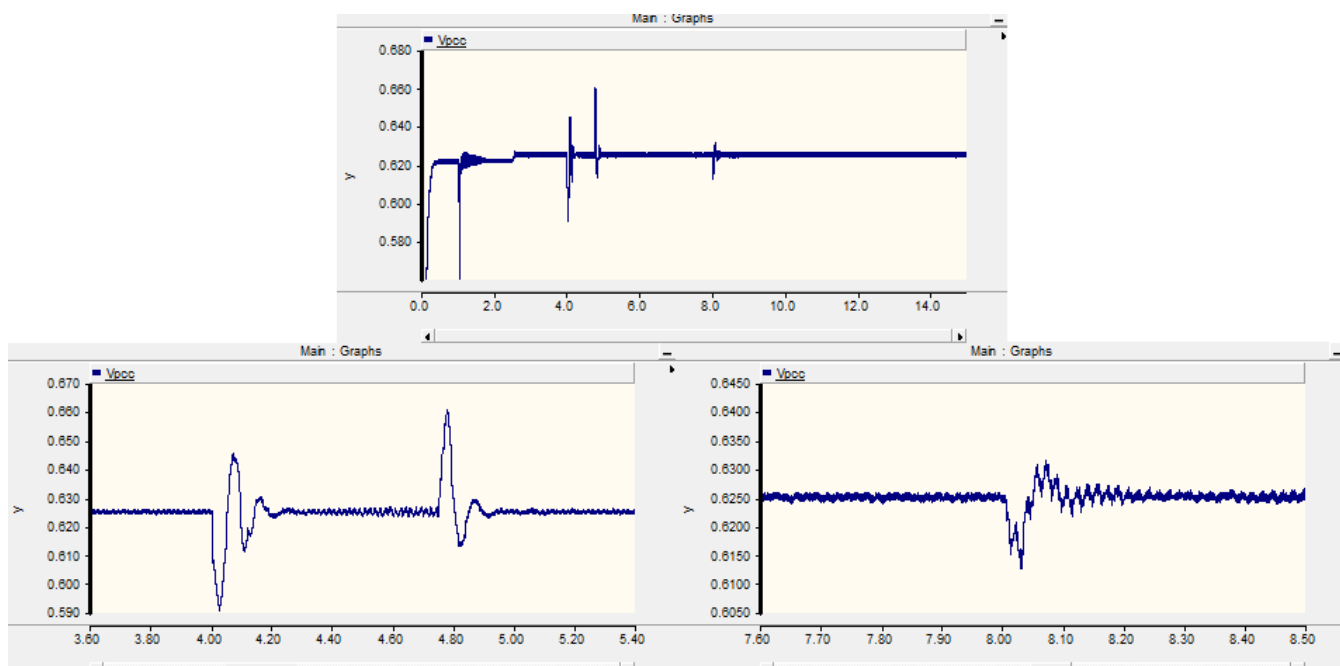


Figura 4.3.4.- Tensão RMS na barra de geração.

Na figura 4.3.4 pode-se notar a eficiência do controle em se manter o valor RMS, da tensão do ponto de acoplamento, constante, mesmo com os eventos que ocorrem no sistema elétrico. Os dois gráficos inferiores são visões aumentadas do gráfico superior, nos instantes de falta na rede e partida do motor, respectivamente. Observa-se que após um rápido transitório, o controle consegue atuar, de forma a fazer com que a tensão retorne para o valor de referência. A tensão RMS do ponto de acoplamento do sistema com a rede está expressa em kV.

Na figura 4.3.5, está ilustrada a atuação do controle do conversor do lado do rotor.

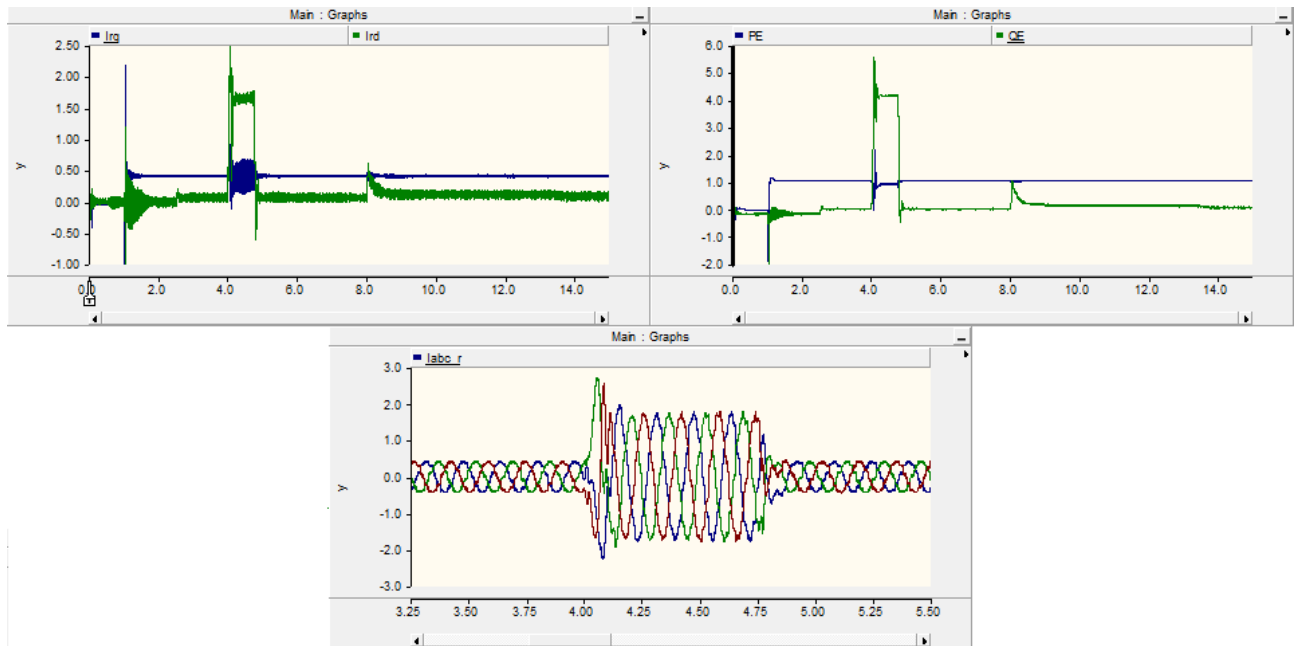


Figura 4.3.5.- Controle do conversor do lado do rotor.

No gráfico superior à esquerda, em verde, pode-se notar o comportamento da corrente de rotor de eixo direto ( $i_{Rd}$ ), que varia controlando a tensão da barra de geração, através do reativo injetado, pelo estator, no sistema, como pode ser analisado no gráfico superior à direita. Neste gráfico, em verde, pode-se observar a injeção de reativo nos instantes de falta, na rede e partida do motor. No gráfico inferior, pode-se notar a amplitude das correntes trifásicas do rotor aumentando, consideravelmente, no momento da falta na rede elétrica. As correntes trifásicas do rotor estão expressas em kA e as potências ativa e reativa estão expressas em MW e MVar, respectivamente.

#### 4.4. Simulação para se analisar a filtragem ativa efetuada pelo conversor do lado da rede.

Neste trabalho é adicionado, ao conversor do lado da rede, a capacidade de efetuar filtragem ativa, de correntes harmônicas, da mesma forma que um filtro ativo em paralelo. Esta configuração pode ser interessante em mini e micro gerações, em que os consumidores donos da geração poderiam utilizar seu próprio sistema de geração para efetuar filtragem ativa, das componentes harmônicas das correntes de suas cargas não lineares, de modo a não contribuir para a depreciação da qualidade de energia da rede elétrica.

O controle é feito baseado na teoria PQ, conforme a figura 4.4.1.

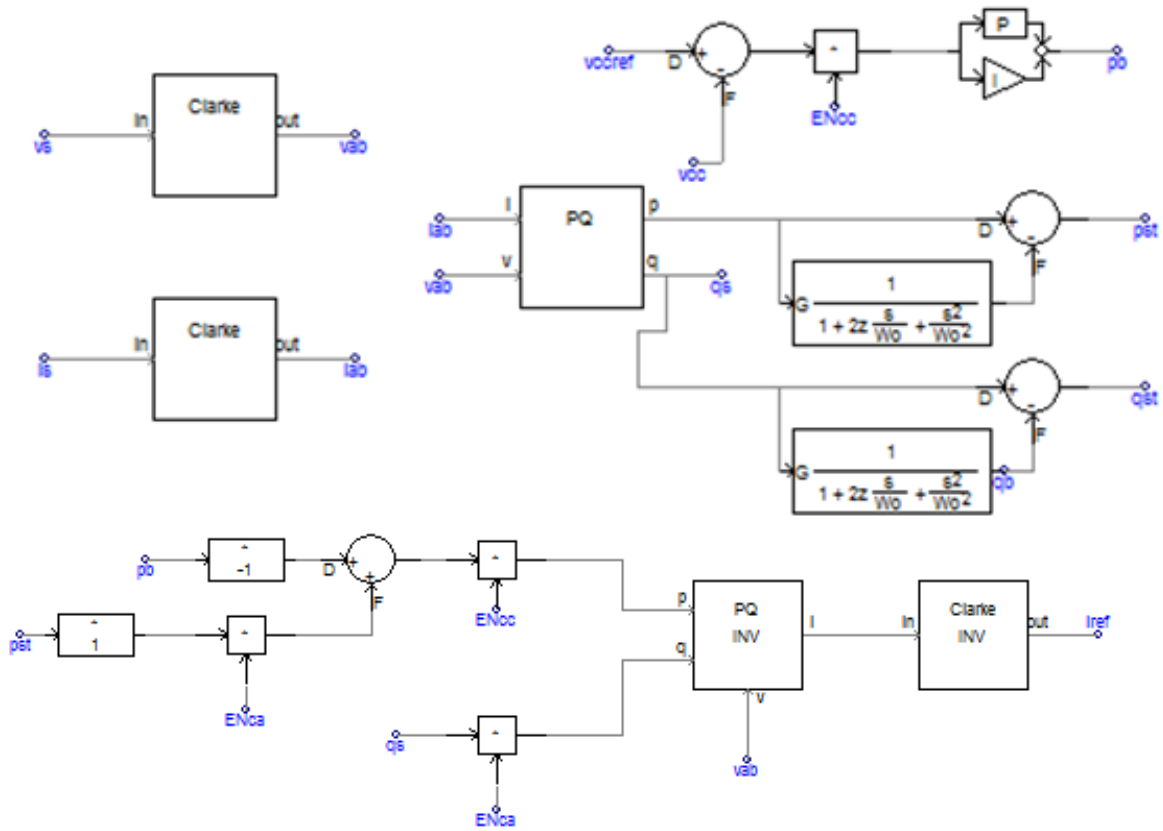


Figura 4.4.1.- Controle do conversor do lado da rede.

As potências instantâneas, real e imaginária, são geradas a partir das tensões da rede e das correntes da carga não linear.

Na figura acima, pode-se notar uma componente constante de potência real, da teoria PQ, sendo utilizada para gerar as correntes de compensação, de modo a controlar a tensão no elo de corrente contínua.

Pelo fato da tensão da rede ser equilibrada e sem distorções, as componentes oscilatórias de potências real e imaginárias ( $\tilde{p}$  e  $\tilde{q}$ ), são referentes, somente, ao conteúdo harmônico presente na corrente da carga não linear. A componente constante da potência imaginária ( $\bar{q}$ ) é, também, compensada para regular o fator de potência.

O controle de corrente utilizado foi feito em um eixo de referência estacionário, através de controladores ressonantes com a seguinte função de transferência:

$$G_{PR} = k_p + \frac{k_r s}{s^2 + \omega_c s + \omega_0^2}$$

Em que  $k_p$  e  $k_r$  são os ganhos proporcional e ressonante, respectivamente, e  $\omega_c$  e  $\omega_0$  são a banda de frequência e frequência de ressonância do controlador, respectivamente.

Devido à larga banda de frequência utilizada, o controle alcança a componente fundamental e as componentes harmônicas da corrente.

Em futuros estudos o controlador ressonante será aprimorado, utilizando-se a configuração de vários controladores em paralelo, com estreita banda de passagem, e cada um ajustado em uma determinada frequência de ressonância referente à determinada componente harmônica que se deseja controlar, assim como a fundamental de sequência positiva.

A corrente da carga não linear (retificador à diodos), presente na barra de geração, pode ser analisada na figura a seguir.

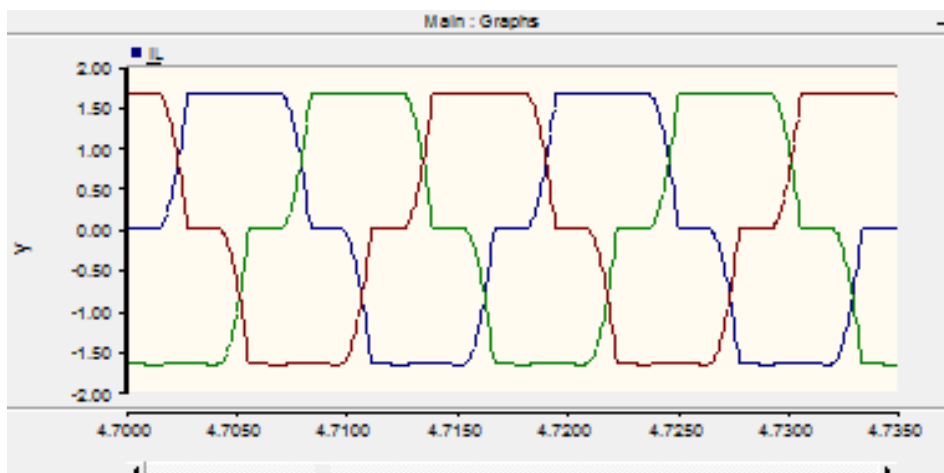


Figura 4.4.2.- Corrente do retificador à diodos.

Os resultados do conversor do lado da rede, operando como um filtro ativo, pode ser analisado na figura 4.4.3.

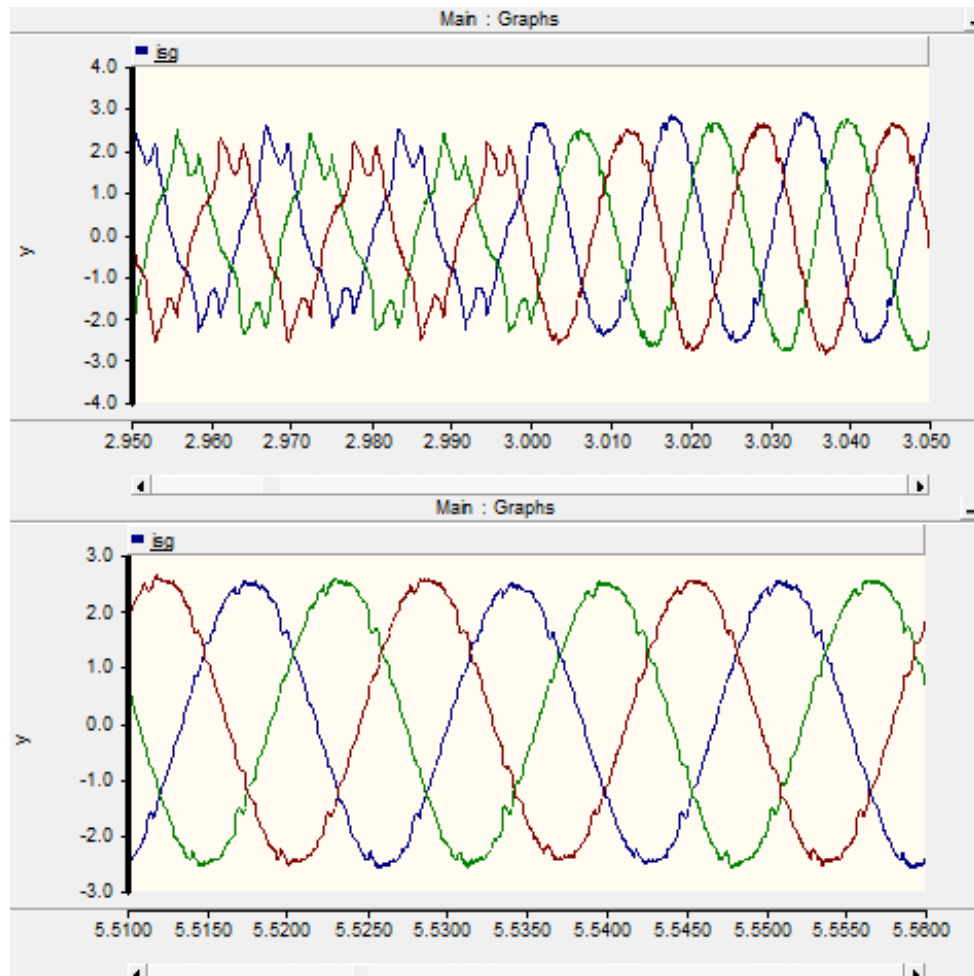


Figura 4.4.3.- Corrente da rede.

Na figura 4.4.3 pode-se analisar o início do controle de filtragem ativa, em  $t=3$  s, e, conseqüentemente, a correção da distorção da corrente fornecida pelo sistema elétrico, dado que após o início da compensação, o conversor do lado da rede passa a fornecer as correntes referentes às componentes oscilatórias das potências real e imaginária para a carga não linear, de maneira que o sistema precise fornecer, somente, a componente constante da potência real, referente à componente fundamental de sequência positiva da corrente. No segundo gráfico da figura 4.4.3, está exposta uma visão ampliada da corrente senoidal, após a filtragem. Todas as correntes estão expressas em kA.



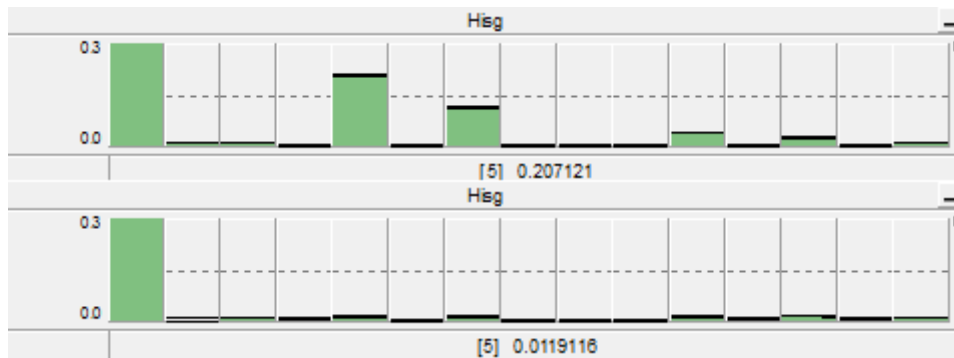


Figura 4.4.4.- Espectro de harmônicos antes e após a filtragem.

Na figura 4.4.4 nota-se a presença de quinto, sétimo, décimo primeiro e décimo terceiro harmônicos influenciando, fortemente, na distorção da corrente fornecida pela rede. No gráfico inferior, da figura acima, percebe-se a diminuição, de maneira considerável, dessas componentes harmônicas, após o início da compensação.

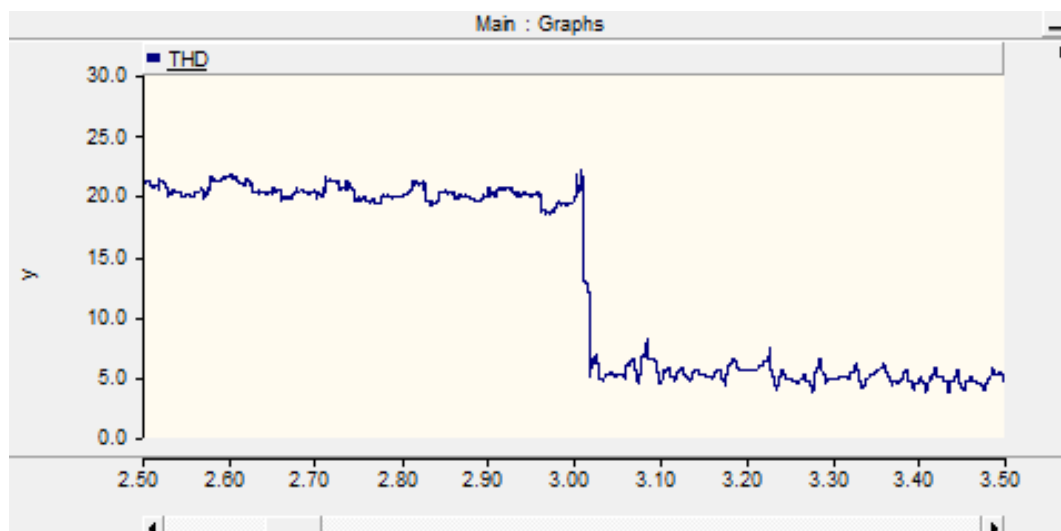
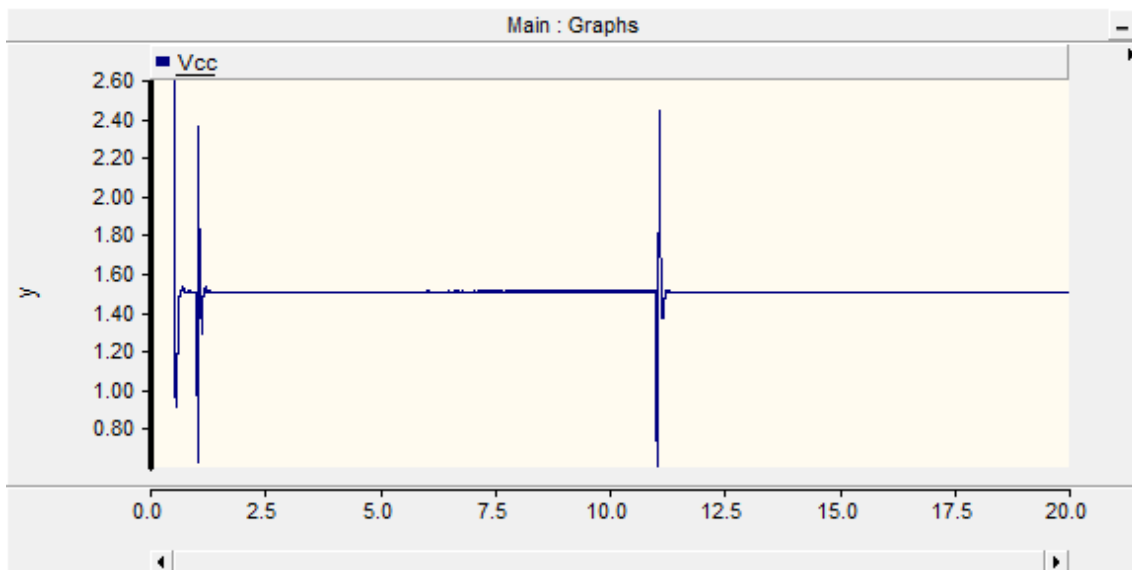


Figura 4.4.5.- THD da corrente fornecida pela rede.

Na figura 4.4.5 pode-se analisar o THD presente nas correntes fornecidas pela rede, antes e depois do início da filtragem. Inicialmente o THD é aproximadamente 20%, após a entrada da filtragem ativa, o THD diminui para aproximadamente 5%, evidenciando a eficiência do conversor como filtro ativo em paralelo, utilizando-se a teoria PQ.

Por fim, na figura a seguir pode-se notar a manutenção da tensão do elo de corrente contínua em seu valor de referência de 1,5 kV, de acordo com o controle da parcela constante da potência real.



**Figura 4.4.6.- Tensão no elo de corrente contínua.**

O transitório ocorrido em torno de 11 s, na figura acima, é referente ao final da rampa de aumento da velocidade do vento.

## **5. Conclusões**

Neste trabalho, se estudou o método de controle de velocidade de um gerador de indução, duplamente alimentado, através da orientação do fluxo de estator. Esse controle se mostrou eficiente no desacoplamento dos controles das potências ativa e reativa, injetadas pelo estator da máquina. O controle de ativo foi feito através do MPPT, visando otimizar a potência gerada, em todas as circunstâncias de disponibilidade de vento. O controle de reativo se mostrou eficiente para o controle da tensão CA do ponto de acoplamento do sistema, com a rede elétrica.

Além disso, se demonstrou que a disponibilidade do conversor, do lado da rede, pode ser aproveitada para a implementação de controles interessantes, como nesse caso, a compensação de correntes harmônicas presentes na barra de geração. Essa configuração pode ser uma possibilidade viável para futuros sistemas com grande penetração de geradores distribuídos e, conseqüentemente, a necessidade de cada consumidor fazer o seu papel na melhora da qualidade de energia da rede elétrica, mantendo-se as suas correntes equilibradas e sem distorções.

## **Bibliografia**

[1] Wu, B.; Lang, Y.; Zargari, N.; Kouro, S., Power Conversion and Control of Wind Energy Systems. WILEY, IEEE Press; 2011.

[2] Leonhard, W., Control of Electrical Drives. Springer; 1996.

[3] Fitzgerald, A.E.; Kingsley,Jr, C.; Umans, S.D., Máquinas Elétricas, 6ªEdição. Bookman; 2006.

[4] Mohan, N.; Undeland, T.M.; Robbins, W.P. – Power Electronics. 3ª ed., 2003.

[5] Stephan, R. – Acionamento, Comando e Controle de Máquinas Elétricas, 2013

[6] [www.learnengineering.org](http://www.learnengineering.org) – Internet, Julho,2015.

[7] Akagi, H; Watanabe, E H.; Aredes, M., Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning. WILEY, IEEE Press; 2007.

[8] Aredes, M., Positive and Negative Sequence Voltage Detectors. COPPE-UFRJ, 2014

[9] Young, H. D.; Freedman, R. A., Física 3 – Eletromagnetismo. 12ª ed. Pearson, 2009.

[10] Stewart, J., Cálculo – Volume 1. 6ª ed. Cengage Learning, 2008.

[11] Krause, P. C.; Wasynczuk, O.; Sudhoff, S. D., Analysis of Electric Machinery and Drive Systems. WILEY, IEEE Press; 2002.

[12] Lima, F. K. A., “ Aerogerador Baseado em Máquina de Indução Duplamente Alimentada – Suportabilidade para Afundamento de Tensão”, 2009.